Aula 28

SEMED Aracaju (Professor - Matemática)
Conhecimentos Específicos - 2024
(Pós-Edital)

Autor:

Equipe Exatas Estratégia Concursos

03 de Outubro de 2024

Índice

Olá, amigos! Tudo certo até aqui com Estatística?

Nesta aula, vamos estudar a **Teoria da Probabilidade**. Além de ser um tópico **muito frequente** nas provas de concursos, ela também é a base para todo o estudo de Estatística Inferencial.

A matéria não é complicada, mas é preciso entender bem um assunto antes de passar para o próximo, porque ela é bem **encadeada**. Então, vamos com bastante calma!

Te espero!

Luana Brandão

Não me conhece? Sou Doutora em Engenharia de Produção, pela Universidade Federal Fluminense, e Auditora Fiscal da SEFAZ-RJ. Quero muito te ajudar com Estatística, para você conseguir a tão sonhada aprovação!

Se tiver alguma dúvida, entre em **contato** comigo!

 professoraluanabrandao@gmail.com

 @professoraluanabrandao

"Determinação, coragem e autoconfiança são fatores decisivos para o sucesso."

Dalai Lama

PROBABILIDADE

Conceitos Iniciais

A Teoria da Probabilidade é o ramo da Estatística que estuda experimentos e fenômenos **aleatórios**, cujos resultados são **incertos**. Como exemplo, podemos citar:

- lançamentos de dados ou moedas;
- seleções feitas ao acaso (ou aleatoriamente), como de uma carta no baralho, de uma pessoa ou peça dentro de um grupo, etc.;
- fenômenos naturais, como chuva em determinado dia.

Embora os resultados sejam incertos, se tais experimentos ou fenômenos são **repetidos** muitas vezes, é possível encontrar certo **padrão** em seus resultados. Se lançarmos uma moeda comum muitas vezes esperamos que, em torno de metade das vezes, a face superior seja cara e, na outra metade, coroa.

Porém, para encontrar tal padrão, é necessário que os experimentos/fenômenos possam ser **repetidos indefinidamente**, sob **condições inalteradas**.

Um exemplo em que essa condição **não** é atendida é o lançamento de uma moeda próximo a um bueiro. Em algum lançamento, é possível que a moeda caia no bueiro, não sendo mais possível repetir o experimento. Para esse tipo de situação, **não** podemos utilizar todos os conceitos da Teoria da Probabilidade que estudaremos aqui.

Os Experimentos/Fenômenos aleatórios:

i) Podem ser **repetidos indefinidamente**, sob condições inalteradas;
ii) Apresentam **resultado incerto**, porém com um **padrão conhecido**.

Espaço Amostral

O Espaço Amostral de um experimento/fenômeno aleatório é o conjunto de **todos** os resultados possíveis. Também podemos chamar o Espaço Amostral de **Universo**, e ele pode ser representado como **U** ou **Ω**.

No lançamento de uma **moeda**, por exemplo, o Espaço Amostral é o conjunto:

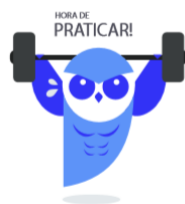
$$U_M = \{CARA, COROA\}$$

Para o lançamento de um **dado** (com 6 faces), o Espaço Amostral é o conjunto:

$$U_D = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

Se o experimento for o lançamento de **2 moedas**, o Espaço Amostral é dado por:

$$U_{2M} = \{(CARA, CARA), (CARA, COROA), (COROA, CARA), (COROA, COROA)\}$$

Podemos, ainda, chamar **cada resultado possível** de **ponto amostral**. No lançamento de 2 moedas que acabamos de ver, por exemplo, há **4 pontos amostrais**.

(2017 – Secretaria de Educação/MG) Em Teoria das Probabilidades, um conceito importante ao se trabalhar com experimentos aleatórios é o conceito de Espaço Amostral. Assinale a alternativa que indica o correto significado deste conceito.

a) Conjunto de todos os resultados possíveis do experimento

b) Tamanho total da amostra

c) Proporção entre o tamanho da amostra tomada e o tamanho total da população

d) Intervalo no qual as probabilidades somadas ultrapassam 0,5

e) Somatória dos todos os possíveis resultados de um experimento

Comentários:

O Espaço Amostral de um experimento é o conjunto de todos os seus resultados possíveis.

Gabarito: A

Evento

Um evento é **todo** e **qualquer subconjunto** do Espaço Amostral.

Por exemplo, no lançamento de **2 moedas**, podemos chamar de evento A aquele em que ambas as moedas apresentam o **mesmo resultado** para a face superior. Portanto, o evento A é o subconjunto:

$$A = \{(CARA, CARA), (COROA, COROA)\}$$

Observamos que o evento A apresenta 2 elementos (ou 2 pontos amostrais). Denotamos o **número de elementos** do evento A por **n(A)**. Nesse exemplo, temos:

$$n(A) = 2$$

Considerando como exemplo o lançamento de **2 dados**, podemos chamar de evento B aquele em que a **soma** das faces superiores dos dois dados é igual a **12**. O evento B é, portanto, o subconjunto:

$$B = \{(6,6)\}$$

Ou seja, temos **n(B) = 1**. Nesse caso, dizemos que o evento é **simples** ou **elementar**.

E se disséssemos que o evento C corresponde ao subconjunto em que a soma das faces superiores dos dois dados é igual a 13? Nesse caso, **não há elemento algum** do Espaço Amostral que atenda a esse requisito (a soma máxima é 12). Por isso, esse evento é um **conjunto vazio** (simbolizamos o conjunto vazio por ∅):

$$C = \varnothing$$

Como não há elemento algum no subconjunto, temos **n(C) = 0**. Dizemos que esse evento é **impossível**!

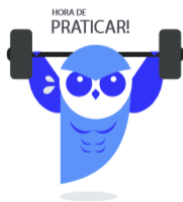
Podemos ter, ainda, um evento que corresponda a **todo** o Espaço Amostral. Por exemplo, considerando o lançamento de um **único dado**, podemos chamar de evento D aquele em que o número indicado na face superior é menor que 7. Assim, o evento D corresponde ao subconjunto:

$$D = \{1,2,3,4,5,6\} = U_D$$

Como ambos os conjuntos (evento D e Espaço Amostral U_D) são iguais, o número de elementos de ambos os conjuntos também é igual: **n(D) = n(U_D)**. Dizemos que esse evento é **certo**!

Evento **simples** ou **elementar** → n(B) = 1

Evento **impossível**: C = ∅ → n(C) = 0

Evento **certo**: D = U → n(D) = n(U)

(2017 – Instituto de Previdência de João Pessoa) Sobre as afirmações a seguir, assinale a única correta no que diz respeito ao espaço amostral.

a) Se Ω é um espaço amostral do experimento, todo subconjunto A contido em Ω será chamado de evento, Ω é o evento certo, ϕ o evento impossível. Se o evento ω pertence a Ω, o evento {ω} é dito elementar

b) Se Ω é um espaço amostral do experimento, todo subconjunto A contido em Ω será chamado de subespaço amostral, Ω é o evento certo, ϕ o evento vazio. Se o evento ω pertence a Ω, o evento {ω} é dito elementar

c) Se Ω é um espaço amostral do experimento, todo subconjunto A contido em Ω será chamado de evento, Ω é o evento vazio, ϕ o evento neutro. Se o evento ω pertence a Ω o evento {ω} é dito elementar.

d) Se Ω é um espaço de probabilidades do experimento, todo subconjunto A contido em Ω será chamado de evento, Ω é o evento certo, ϕ o evento vazio. Se o evento ω pertence a Ω, o evento {ω} é dito único.

e) Se Ω é um espaço de probabilidades do experimento, todo subconjunto A contido em Ω será chamado de evento, Ω é o evento certo, ϕ o evento vazio. Se o evento ω pertence a Ω , o evento {ω} é dito unitário.

Comentários:

i) Podemos denotar por **Ω** um **Espaço Amostral** (não um espaço de probabilidades, como descrito nas alternativas "d" e "e");

ii) Todo **subconjunto do Espaço Amostral** é chamado de **evento** (não de subespaço amostral, como descrito na alternativa "b");

iii) O evento **igual ao Espaço Amostral** (Ω) é dito **certo** (não vazio, como descrito na alternativa "c");

iv) O evento que corresponde ao **conjunto vazio** (ϕ) é dito **impossível** (não neutro, como descrito na alternativa "c");

v) O evento com um **único elemento**, como é o caso de B = {(6, 6)} que vimos anteriormente, é dito **elementar**.

Logo, a única afirmação correta é a alternativa A.

Gabarito: A

DEFINIÇÕES DE PROBABILIDADE

A probabilidade representa as **chances** de um evento ocorrer. Agora, veremos como ela pode ser calculada.

A principal definição é a **clássica**, que veremos primeiro. Porém, em alguns casos, ela não pode ser utilizada, sendo necessário recorrer à definição frequentista de probabilidade, que veremos em seguida.

Definição Clássica

Sendo U o Espaço Amostral, a **probabilidade** de ocorrer o evento A é, pela definição clássica:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(U)}$$

Ou seja, a probabilidade de um evento é a **razão** entre o número de elementos do **Evento**, $n(A)$, e o número de elementos do **Espaço Amostral**, $n(U)$.

Por exemplo, no lançamento de **2 moedas**, o Espaço Amostral (U_{2M}) é:

U_{2M} = {(CARA, CARA), (CARA, COROA), (COROA, CARA), (COROA, COROA)}

E o número de elementos desse Espaço Amostral é:

$n(U_{2M}) = 4$

O evento em que ambas as moedas fornecem o **mesmo resultado**, que vamos chamar de A, é o subconjunto:

A = {(CARA, CARA), (COROA, COROA)}

E o número de elementos do evento A é:

n(A) = 2

Portanto, a **probabilidade** de o evento **A** ocorrer é:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(U_{2M})} = \frac{2}{4} = 0{,}5$$

Também podemos dizer que a probabilidade é a **razão** entre o número de casos **favoráveis** ao evento e o número de casos **totais**:

$$P = \frac{número\ de\ casos\ favoráveis}{número\ de\ casos\ totais}$$

Para utilizar a definição clássica, há uma **condição** crucial: todos os elementos do Espaço Amostral devem ser **igualmente prováveis**.

Se isso **não** for verdade, **não** podemos utilizar a **definição clássica** de probabilidade.

Por exemplo, se tivermos uma moeda viciada, em que a probabilidade de cair CARA é maior que a probabilidade de cair COROA, **não** poderemos utilizar a definição clássica.

(FGV/2019 – Prefeitura de Angra dos Reis/RJ) Uma pesquisa feita com os alunos de uma sala mostrou que 7 alunos torcem pelo Flamengo, 6 pelo Vasco, 5 pelo Fluminense, 4 pelo Botafogo e 3 não torcem por time nenhum. Escolhendo ao acaso um dos alunos dessa turma, a probabilidade de que ele seja torcedor do Vasco é de

a) 12%

b) 18%

c) 20%

d) 24%

e) 30%

Comentários:

A probabilidade de escolher um torcedor do Vasco equivale à razão entre o número de torcedores do Vasco (casos favoráveis) e o número de alunos (casos totais):

$$P = \frac{número\ de\ casos\ favoráveis}{número\ de\ casos\ totais} = \frac{n(V)}{n(U)}$$

O número total de alunos é de:

$$n(U) = 7 + 6 + 5 + 4 + 3 = 25$$

O número de torcedores do Vasco é n(V) = 6. Logo, a probabilidade desejada é:

$$P = \frac{6}{25} = 0{,}24 = 24\%$$

Gabarito: D.

(VUNESP/2020 – PM/SP) Em um pote, há 60 balas, todas de mesmo tamanho e formato, embaladas individualmente. Desse total, 25 são balas de leite com recheio de chocolate, 15 são balas de café sem recheio, e as demais são balas de frutas também com recheio de chocolate. Retirando-se aleatoriamente uma bala desse pote, a probabilidade de que ela tenha recheio de chocolate é de

a) $\frac{5}{6}$

b) $\frac{3}{4}$

c) $\frac{2}{3}$

d) $\frac{3}{5}$

Comentários:

A probabilidade de escolher uma bala com recheio de chocolate é a razão entre o número de balas com recheio de chocolate (casos favoráveis) e o número de balas no total (casos totais):

$$P = \frac{n(casos\ favoráveis)}{n(casos\ totais)} = \frac{n(RC)}{n(U)}$$

O enunciado informa que há 60 balas, logo, n(U) = 60.

As balas com recheio de chocolate são as balas de leite e as balas de frutas, ou seja, todas as balas **exceto** as balas de café. Sabendo que há 15 balas de café, o número de balas com recheio de chocolate é:

n(RC) = 60 – 15 = 45

Logo, a probabilidade desejada é:

$$P = \frac{45}{60} = \frac{3}{4}$$

Gabarito: B.

(FCC/2017 – Secretaria da Administração/BA) Uma sala de aula com 40 alunos fez uma pesquisa sobre a ocorrência de dengue no contexto familiar. A pesquisa consistia em tabular, no universo de 120 pessoas, se cada aluno e seus respectivos pais e mães já tiveram dengue, ou não. As respostas estão tabuladas abaixo.

	Teve dengue	Não teve dengue
Alunos	1	39
Pais de alunos	2	38
Mães de alunos	0	40

Sorteando-se ao acaso uma das 120 pessoas pesquisadas, a probabilidade de que ela tenha respondido na pesquisa que já teve dengue é igual a

a) 2,5%.

b) 2,3%.

c) 7,8%.

d) 3,8%.

e) 1,4%.

Comentários:

A probabilidade é a razão entre o número de casos favoráveis e o número de casos totais:

$$P = \frac{casos\ favoráveis}{casos\ totais} = \frac{n(D)}{n(U)}$$

Os casos favoráveis correspondem às pessoas que tiveram dengue. A tabela mostra que o número de pessoas que tiveram dengue é:

n(D) = 1 + 2 = 3

O enunciado informa que, no total, 120 pessoas participaram da pesquisa: n(U) = 120.

Assim, a probabilidade desejada é:

$$P(D) = \frac{3}{120} = \frac{1}{40} = 2{,}5\%$$

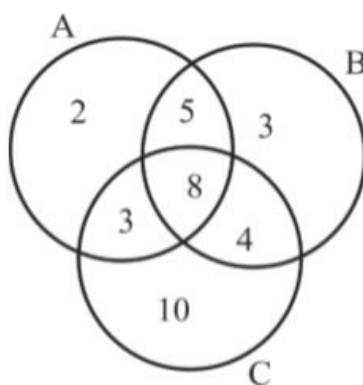
Gabarito: A.

(CESPE/2018 – EBSERH) Uma pesquisa revelou característica da população de uma pequena comunidade composta apenas por casais e seus filhos. Todos os casais dessa comunidade são elementos do conjunto $A \cup B \cup C$, em que

A = {casais com pelo menos um filho com mais de 20 anos de idade};

B = {casais com pelo menos um filho com menos de 10 anos de idade};

C = {casais com pelo menos 4 filhos}.

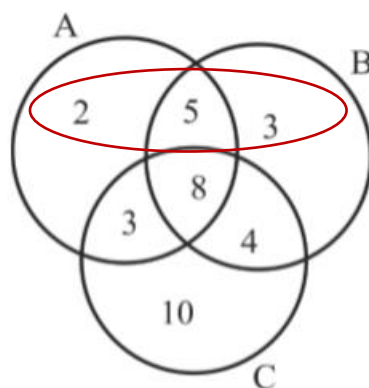
Considerando que n(P) indique a quantidade de elementos de um conjunto P, suponha que $n(A) = 18$; $n(B) = 20$; $n(C) = 25$; $n(A \cap B) = 13$; $n(A \cap C) = 11$; $n(B \cap C) = 12$ e $n(A \cap B \cap C) = 8$. O diagrama a seguir mostra essas quantidades de elementos.

Com base nas informações e no diagrama precedentes, julgue o item a seguir.

Se um casal dessa comunidade for escolhido ao acaso, então a probabilidade de ele ter menos de 4 filhos será superior a 0,3.

Comentários:

A probabilidade é a razão entre o número de casos favoráveis e o número de casos totais:

$$P = \frac{casos\ favoráveis}{casos\ totais} = \frac{n(E)}{n(U)}$$

Os casos favoráveis correspondem ao número de casais com menos de 4 filhos. Sabendo que C representa os casais com pelo menos 4 filhos, então os casais com menos de 4 filhos são aqueles que não estão em C, conforme indicado abaixo:

Assim, o número de casos favoráveis é:

$$n(E) = 2 + 5 + 3 = 10$$

E o número de casos totais é:

$$n(U) = 2 + 5 + 3 + 3 + 8 + 4 + 10 = 35$$

Logo, a probabilidade é:

$$P = \frac{10}{35} \cong 0{,}286$$

Ou seja, é inferior a 0,3.

Gabarito: Errado.

(FGV/2022 – PC/RJ) Treze cadeiras numeradas consecutivamente de 1 a 13 formam uma fila. Quatro pessoas devem sentar-se nelas e o número da cadeira em que cada uma deve se sentar será decidido por sorteio. Para as três primeiras pessoas foram sorteados os números 3, 8 e 11 e será feito o sorteio para a última cadeira a ser ocupada. A probabilidade de que a quarta pessoa NÃO se sente ao lado de nenhuma pessoa já sentada é:

a) 1/2

b) 1/4

c) 2/5

d) 7/10

e) 4/13

Comentários:

O enunciado informa que há 13 cadeiras e que três pessoas ocupam as cadeiras 3, 8 e 11; e pede a probabilidade de a quarta pessoa não se sentar ao lado de ninguém.

A probabilidade é a razão entre o número de eventos favoráveis e o número total de eventos possíveis:

$$P = \frac{eventos\ favoráveis}{eventos\ possíveis} = \frac{n(A)}{n(U)}$$

Os eventos possíveis correspondem às 13 - 3 = 10 cadeiras restantes:

$$n(U) = 10$$

E os eventos favoráveis correspondem às cadeiras que não estão ao lado de ninguém sentado, ilustradas a seguir, em que P representa uma pessoa sentada e X representa uma cadeira ao lado de uma pessoa sentada:

	X	P	X			X	P	X	X	P	X	
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13

Podemos observar que há 4 cadeiras que não estão ao lado de ninguém sentado (eventos favoráveis):

$$n(A) = 4$$

E a probabilidade é a razão:

$$P = \frac{n(A)}{n(U)} = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$$

Gabarito: C

Para resolver diversas questões de probabilidade, envolvendo a definição clássica, será necessário utilizar as técnicas de **análise combinatória**, para calcular o número de elementos do evento e/ou o número de elementos do Espaço Amostral.

Vamos supor haja **5 peças amarelas** e **6 peças verdes** dentro de um saco e que teremos que retirar **2 peças** sem olhar. Qual é a probabilidade de retirar **2 peças amarelas**?

A probabilidade é a razão entre o número de casos favoráveis e o número de casos totais:

$$P = \frac{casos\ favoráveis}{casos\ totais} = \frac{n(A)}{n(U)}$$

Os **casos favoráveis** são as maneiras de retirar **2** dentre as **5 peças amarelas**. Como a ordem não importa, temos a combinação 2, dentre 5 elementos:

$$n(A) = C_{5,2} = \frac{5!}{(5-2)! \times 2!} = \frac{5 \times 4 \times 3!}{3! \times 2!} = \frac{5 \times 4}{2} = 10$$

Os **casos totais** são as maneiras de retirar **2 peças**, de um total de **11 peças** (entre amarelas e verdes), também sem importância de ordem:

$$n(U) = C_{11,2} = \frac{11!}{(11-2)! \times 2!} = \frac{11 \times 10 \times 9!}{9! \times 2!} = \frac{11 \times 10}{2} = 55$$

Logo, a probabilidade de retirar 2 peças amarelas é: $P = \frac{10}{55}$

E se a ordem importasse?

Vamos supor, então, que há **5 mulheres** e **6 homens**, dos quais **2** serão escolhidos para ocupar a posição de presidente e vice-presidente do grupo.

Qual seria a probabilidade de escolher **mulheres** para ambos os cargos?

A probabilidade é calculada pela razão:

$$P = \frac{casos\ favoráveis}{casos\ totais} = \frac{n(A)}{n(U)}$$

Os **casos favoráveis** são as maneiras de escolher **2 mulheres**, dentre as **5**, sendo que a ordem importa, por serem cargos distintos:

$$n(A) = A_{5,2} = \frac{5!}{(5-2)!} = \frac{5 \times 4 \times 3!}{3!} = 5 \times 4 = 20$$

Os **casos totais** são as maneiras de escolher **2 pessoas**, de um total de 11 (dentre mulheres e homens), também com importância de ordem:

$$n(U) = A_{11,2} = \frac{11!}{(11-2)!} = \frac{11 \times 10 \times 9!}{9!} = 11 \times 10 = 110$$

Logo, a probabilidade de escolher 2 mulheres é:

$$P = \frac{20}{110} = \frac{10}{55}$$

Esse é o **mesmo resultado** que obtivemos antes!

Quando estivermos escolhendo o **mesmo número de elementos**, com o **mesmo critério** em relação à importância da ordem, tanto nos casos favoráveis, quanto nos casos totais, **não** faz diferença se consideramos que a ordem importa ou não!

Se a ordem **importa**, temos o arranjo, tanto para os casos favoráveis, quanto para os totais. Para o nosso exemplo das **5 mulheres** e **6 homens**, a probabilidade de escolher **2 mulheres** para cargos distintos foi calculada como:

$$P = \frac{A_{5,2}}{A_{11,2}} = \frac{\frac{5!}{(5-2)!}}{\frac{11!}{(11-2)!}}$$

Se a ordem **não importa**, temos a combinação, tanto para os casos favoráveis, quanto para os casos totais. Para o nosso exemplo das **5 peças amarelas** e **6 peças verdes**, a probabilidade de escolher **2 peças amarelas**, sem importância de ordem, foi:

$$P = \frac{C_{5,2}}{C_{11,2}} = \frac{\frac{5!}{(5-2)! \times 2!}}{\frac{11!}{(11-2)! \times 2!}} = \frac{\frac{5!}{(5-2)!}}{\frac{11!}{(11-2)!}}$$

Ou seja, o cálculo da probabilidade será o mesmo, independentemente de a ordem importar ou não!

(FGV/2019 – Prefeitura de Salvador/BA) Entre 6 deputados, 3 do Partido A e 3 do Partido B, serão sorteados 2 para uma comissão. A probabilidade de os 2 deputados sorteados serem do Partido A é de:

a) $\frac{1}{2}$

b) $\frac{1}{3}$

c) $\frac{1}{4}$

d) $\frac{1}{5}$

e) $\frac{1}{6}$

Comentários:

A probabilidade é a razão entre o número de casos favoráveis e o número de casos totais:

$$P = \frac{n(casos\ favoráveis)}{n(casos\ totais)} = \frac{n(A)}{n(U)}$$

Os casos totais são as maneiras de escolher 2 deputados, dentre todos os 6 (sem importância de ordem):

$$n(U) = C_{6,2} = \frac{6!}{(6-2)! \times 2!} = \frac{6 \times 5 \times 4!}{4! \times 2!} = \frac{6 \times 5}{2} = 15$$

Os casos favoráveis são as maneiras de escolher 2 deputados, dentre os 3 do Partido A (também sem importância de ordem):

$$n(A) = C_{3,2} = \frac{3!}{(3-2)! \times 2!} = \frac{3 \times 2!}{1! \times 2!} = 3$$

Logo, a probabilidade desejada é:

$$P = \frac{3}{15} = \frac{1}{5}$$

Gabarito: D.

(CESPE/2017 – PM-MA) Uma operação policial será realizada com uma equipe de seis agentes, que têm prenomes distintos, entre eles André, Bruno e Caio. Um agente será o coordenador da operação e outro, o assistente deste; ambos ficarão na base móvel de operações nas proximidades do local de realização da operação. Nessa operação, um agente se infiltrará, disfarçado, entre os suspeitos, em reunião por estes marcada em uma casa noturna, e outros três agentes, também disfarçados, entrarão na casa noturna para prestar apoio ao infiltrado, caso seja necessário. A respeito dessa situação hipotética, julgue o item seguinte.

Se os dois agentes que ficarão na base móvel forem escolhidos aleatoriamente, a probabilidade de André e Bruno serem os escolhidos será superior a 30%.

Comentários:

Para calcular a probabilidade, temos:

$$P = \frac{casos\ favoráveis}{casos\ totais} = \frac{n(A)}{n(U)}$$

Os casos totais correspondem a todas as maneiras de escolher um coordenador e um assistente, dentre 6 agentes. Considerando que os cargos são **distintos**, temos um **arranjo** de 2 elementos, dentre 6:

$$n(U) = A_{6,2} = \frac{6!}{(6-2)!} = \frac{6 \times 5 \times 4!}{4!} = 6 \times 5 = 30$$

Os casos favoráveis correspondem às maneiras de escolher André e Bruno como coordenador e assistente, em qualquer ordem. Podemos ter André como coordenador e Bruno como assistente OU Bruno como coordenador e Bruno como assistente. Logo, há 2 possibilidades: n(A) = 2. Assim, a probabilidade é:

$$P = \frac{2}{30} = \frac{1}{15} \cong 6{,}7\%$$

Que é inferior a 30%.

Gabarito: Errado.

(FCC/2016 – Conselho Regional de Medicina/SP) Em dezembro serão vistoriados 10 estabelecimentos de saúde, sendo 2 hospitais, 1 pronto-socorro, 3 ambulatórios e 4 postos de saúde. Sorteando-se ao acaso a ordem de visita dos 10 estabelecimentos, a probabilidade de que os dois primeiros sejam postos de saúde é igual a

a) 2/15

b) 4/25

c) 2/25

d) 3/20

e) 3/25

Comentários:

Para calcular a probabilidade de 2 postos de saúde serem os primeiros vistoriados (evento A), utilizamos a definição clássica de probabilidade:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(U)}$$

O Espaço Amostral corresponde a todas as possibilidades de se ordenar 10 elementos:

$$n(U) = P_{10} = 10!$$

O evento A corresponde às possibilidades de se escolher 2 postos de saúde, dentre 4, sendo a ordem relevante (**arranjo**), E de escolher a ordem dos demais 8 elementos (**permutação**). Pelo princípio multiplicativo (análise combinatória), temos:

$$n(A) = A_{4,2} \times 8! = \frac{4!}{2!} \times 8! = 4 \times 3 \times 8!$$

A probabilidade do evento A é, portanto:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(U)} = \frac{4 \times 3 \times 8!}{10!} = \frac{4 \times 3}{10 \times 9} = \frac{2}{5 \times 3} = \frac{2}{15}$$

Gabarito: A

Probabilidade como Frequência Relativa ou Empírica

Agora, vamos supor que estejamos **observando os resultados** de um experimento, **repetidos N vezes**.

Sabendo que um evento específico ocorreu n **vezes**, de um total N **repetições**, podemos calcular a **frequência relativa** (ou **empírica**) do evento, pela fórmula:

$$\boldsymbol{f} = \frac{nº\ de\ observações\ do\ evento}{nº\ total\ de\ repetições} = \frac{\boldsymbol{n}}{\boldsymbol{N}}$$

Vamos supor que estejamos observando os resultados de sucessivos lançamentos de uma moeda. A frequência da face COROA será a razão entre o número de vezes em que obtemos COROA e o número total de lançamentos efetuados:

$$f = \frac{n(COROA)}{n(Lançamentos)}$$

Para ilustrar esse experimento, utilizei o excel para gerar resultados aleatórios, considerando que 0 (zero) representa CARA e 1 representa para COROA.

Adotando esse procedimento para 100 células, ou seja, $N = 100$, obtive 48 vezes o número 1 (COROA), isto é, $n = 48$ (se você fizer esse procedimento, é bem possível que obtenha outro resultado).

Portanto, temos a seguinte frequência relativa para COROA:

$$f = \frac{n}{N} = \frac{48}{100} = 48\%$$

Esse resultado é **próximo** da probabilidade de 50% que conhecemos, porém **diferente**. Para $N = 1.000$, obtive 505 vezes o número 1, portanto:

$$f = \frac{n}{N} = \frac{505}{1.000} = 50,5\%$$

Agora, o resultado ficou **mais próximo**. Em um último teste, com $N = 10.000$, obtive $n = 5016$:

$$f = \frac{n}{N} = \frac{5.016}{10.000} = 50,16\%$$

Observe que estamos nos aproximando cada vez mais do valor de 50%. Ou seja, não podemos dizer que a frequência é exatamente **igual** à probabilidade. Porém, quanto maior for o número de experimentos, mais a frequência relativa se **aproxima** da probabilidade.

Para **infinitas repetições**, a probabilidade se torna igual à frequência relativa:

$$P = \lim_{N \to \infty} \frac{n}{N}$$

Essa definição de probabilidade pode ser utilizada para eventos que não são igualmente prováveis, em que a definição clássica não pode ser aplicada.

Por exemplo, para uma moeda não equilibrada, se verificamos, após muitos experimentos, que obtemos 1 face COROA a cada 4 lançamentos, então a probabilidade de obter COROA é:

$$p = f = \frac{n}{N} = \frac{1}{4}$$

(2019 – Prefeitura de Candói/PR) Em uma obra foram entregues 8 milheiros de tijolos maciços. Sabe-se que, durante o transporte, em média 100 tijolos são danificados. Qual é a probabilidade de, ao acaso, selecionar um tijolo, e ele estar danificado?

a) 0,00125%

b) 0,0125%

c) 0,125%

d) 1,25%

e) 12,5%

Comentários:

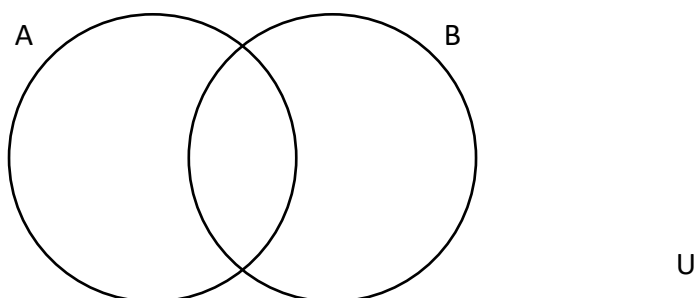
Para resolver essa questão, devemos calcular a probabilidade a partir da frequência relativa observada:

$$P = f = \frac{n}{N} = \frac{100}{8.000} = \frac{1}{80} = 0{,}0125 = 1{,}25\%$$

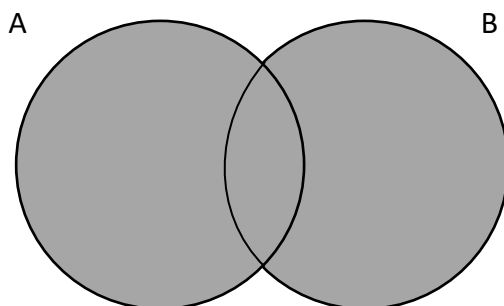
Gabarito: D

COMBINAÇÕES DE EVENTOS

Nessa seção, veremos formas de **combinar** eventos. Para esse estudo, pode ser bastante proveitoso utilizar o **Diagrama de Venn**, ilustrado abaixo para dois eventos A e B quaisquer, dentro de um Espaço Amostral (U).

U

Teorema da União

A **união** do evento A com o evento B, que representamos como **A ∪ B**, é um novo evento, em que estão incluídos tanto os **elementos de A** quanto os **elementos de B**.

Dizemos que, para ocorrer o evento união, pode ocorrer o evento A **ou** o evento B (ou ambos). A união corresponde a toda a região cinza indicada no diagrama abaixo.

Por exemplo, considerando o lançamento de um dado, se o evento A representa os resultados **menores que 4** e o evento B representa os resultados **maiores que 3**, então a **união** dos eventos corresponde aos valores menores que 4 **ou** maiores que 3.

Temos, portanto, os seguintes subconjuntos:

$$A = \{1, 2, 3\}$$

$$B = \{4, 5, 6\}$$

$$A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

Quando a **união** de eventos corresponde a **todo** o Espaço Amostral, dizemos que tais eventos são **exaustivos**.

Eventos A e B **Exaustivos**: $\mathbf{A \cup B = U}$

No exemplo que acabamos de ver, a união corresponde à **soma** dos elementos de A e os elementos de B.

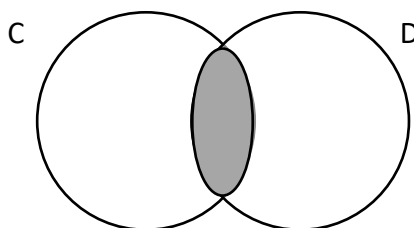
Agora vamos supor que o evento C corresponda aos resultados **menores que 5** e o evento D, aos resultados **maiores que 3**:

$$C = \{1, 2, 3, 4\}$$

$$D = \{4, 5, 6\}$$

$$C \cup D = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

Nesse caso, somamos os elementos de C e os elementos de D, mas com atenção para **não duplicar** os elementos que constam em C **e** em D (nesse exemplo, o número 4).

Os elementos que constam em **ambos** os eventos pertencem à **interseção** desses eventos, a qual representamos como $C \cap D$, e corresponde à região cinza indicada no diagrama abaixo.

Nesse último exemplo, temos:

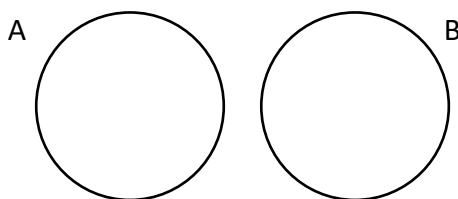
$$C \cap D = \{4\}$$

No exemplo anterior, em que A = {1, 2, 3} e B = {4, 5, 6}, não havia elementos que pertencessem tanto ao evento A, quanto ao evento B, ou seja, a interseção é um **conjunto vazio**:

$$A \cap B = \varnothing$$

Quando a **interseção** de eventos é um **conjunto vazio**, dizemos que tais eventos são **mutuamente excludentes** (ou **exclusivos**).

Podemos dizer, ainda, que os conjuntos são **disjuntos.**

Eventos A e B **Mutuamente Excludentes**: **A ∩ B = ∅**

Para calcular o número de elementos na **união** de C e D, sem duplicarmos os elementos da interseção, **somamos** os elementos de ambos os eventos e **subtraímos** os elementos da **interseção**, para que não sejam somados duas vezes:

$$n(C \cup D) = n(C) + n(D) - n(C \cap D)$$

Dividindo todos esses termos por n(U), obtemos a fórmula da probabilidade da União:

$$\frac{n(C \cup D)}{n(U)} = \frac{n(C)}{n(U)} + \frac{n(D)}{n(U)} - \frac{n(C \cap D)}{n(U)}$$

$$\boldsymbol{P(C \cup D) = P(C) + P(D) - P(C \cap D)}$$

Por exemplo, sendo C = {1, 2, 3, 4}, D = {4, 5, 6} e C ∩ D = {4}, as probabilidades dos eventos C, D e da interseção, considerando o Espaço Amostral U = {1, 2, 3, 4, 5, 6}, são, respectivamente:

$$P(C) = \frac{n(C)}{n(U)} = \frac{4}{6}, \qquad P(D) = \frac{n(D)}{n(U)} = \frac{3}{6}, \qquad P(C \cap D) = \frac{n(C \cap D)}{n(U)} = \frac{1}{6}$$

Com base nessas probabilidades, podemos calcular a probabilidade da união:

$$P(C \cup D) = P(C) + P(D) - P(C \cap D) = \frac{4}{6} + \frac{3}{6} - \frac{1}{6} = \frac{6}{6} = 1$$

Para eventos **mutuamente excludentes**, isto é, que **não** possuem elementos em sua **interseção**, como no caso de A = {1, 2, 3} e B = {4, 5, 6}, a **probabilidade da interseção é zero**:

$$P(A \cap B) = \frac{n(A \cap B)}{n(U)} = \frac{0}{n(U)} = 0$$

Portanto, a probabilidade da **união** de eventos **mutuamente excludentes** pode ser calculada como:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - \underbrace{P(A \cap B)}_{0}$$

$$\boldsymbol{P(A \cup B) = P(A) + P(B)}$$

Para o exemplo em que A = {1, 2, 3}, B = {4, 5, 6}, as probabilidades dos eventos A e B, considerando o Espaço Amostral U = {1, 2, 3, 4, 5, 6}, são, respectivamente:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(U)} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}, \qquad P(B) = \frac{n(B)}{n(U)} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

Como são eventos mutuamente excludentes, a probabilidade da união é:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$$

Eventos A e B **Mutuamente Excludentes**: **P(A ∩ B) = P(∅) = 0**

Probabilidade da **União** (caso geral): **P(C ∪ D) = P(C) + P(D) – P(C ∩ D)**

Probabilidade da **União** de **Eventos Excludentes**: **P(A ∪ B) = P(A) + P(B)**

(FGV/2018 – ALE/RO) Dois eventos A e B ocorrem, respectivamente, com 40% e 30% de probabilidade. A probabilidade de que A ocorra ou B ocorra é 50%. Assim, a probabilidade de que A e B ocorram é igual a

a) 10%

b) 20%

c) 30%

d) 40%

e) 50%

Comentários:

A probabilidade de A OU B ocorrer corresponde à **união** desses eventos, dada por:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

O enunciado informa que:

- P(A) = 40%
- P(B) = 30%
- $P(A \cup B)$ = 50%

Substituindo esses valores na equação da união, temos:

$$50\% = 40\% + 30\% - P(A \cap B)$$

$$P(A \cap B) = 70\% - 50\% = 20\%$$

Gabarito: B

(CESPE/2018 – BNB) Um tabuleiro quadrado e quadriculado, semelhante a um tabuleiro de xadrez, com 12 linhas e 12 colunas, e, portanto, com 12 × 12 = 144 quadradinhos pintados: 54, na cor azul; 30, na cor marrom; 40, na cor amarela; e 20, na cor verde. A cada quadradinho é associado um cartão com dois números, que indicam a posição do quadradinho no tabuleiro; o primeiro número corresponde ao número da linha, e o segundo corresponde ao número da coluna. Por exemplo, o cartão com os números 5,10 corresponde ao quadradinho posicionado na linha 5 e na coluna 10. Esses cartões estão em uma urna, da qual podem ser retirados aleatoriamente.

A respeito desse tabuleiro e desses cartões, julgue o item a seguir.

A probabilidade de retirar dessa caixa, de maneira aleatória, um cartão correspondente a um quadrado pintado na cor amarela ou na cor verde é superior a 0,44.

Comentários:

A probabilidade de retirar um cartão da cor amarela **ou** na cor verde corresponde à probabilidade da **união** desses eventos.

Considerando que não há interseção entre esses eventos (não existem quadrados amarelos E verdes), então a probabilidade da união é dada por:

$$P(A \cup V) = P(A) + P(V)$$

Sabendo que há 40 quadrados amarelos e 144 quadrados no total, a probabilidade de retirar um quadrado amarelo é:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(U)} = \frac{40}{144} = \frac{10}{36}$$

Considerando que há 20 quadrados verdes, a probabilidade de retirar um cartão verde é:

$$P(V) = \frac{n(V)}{n(U)} = \frac{20}{144} = \frac{5}{36}$$

A probabilidade de retirar um cartão amarelo ou verde é, então:

$$P(A \cup V) = \frac{10}{36} + \frac{5}{36} = \frac{15}{36} = \frac{5}{12} \cong 0{,}42$$

Ou seja, é inferior a 0,44.

Gabarito: Errado.

(FCC/2019 – Secretaria de Estado da Fazenda/BA) Uma sala contém 20 homens e 30 mulheres em que todos são funcionários de uma empresa. Verifica-se que metade desses homens e metade dessas mulheres possuem nível superior. Escolhendo aleatoriamente uma pessoa dessa sala para realizar uma tarefa, a probabilidade de ela ser mulher ou possuir nível superior é igual a

a) 2/3.

b) 3/10.

c) 5/6.

d) 3/4.

e) 4/5.

Comentários:

Essa questão envolve a união entre os eventos ser mulher (M) com possuir nível superior (S), cuja probabilidade é calculada por:

$$P(M \cup S) = P(M) + P(S) - P(M \cap S)$$

A questão informa que o número de mulheres é:

n(M) = 30

Sabendo que além dessas 30 mulheres, há 20 homens, então o total de pessoas é:

n(U) = 30 + 20 = 50

Logo, a probabilidade de escolher uma **mulher** é:

$$P(M) = \frac{n(M)}{n(U)} = \frac{\mathbf{30}}{\mathbf{50}}$$

A questão informa que metade de todas as pessoas possui nível superior. Logo o número de pessoas com nível superior é:

$$n(S) = \frac{50}{2} = 25$$

Assim, a probabilidade de escolher uma pessoa com nível superior é:

$$P(S) = \frac{n(S)}{n(U)} = \frac{\mathbf{25}}{\mathbf{50}}$$

Por fim, o sabemos que metade das 30 mulheres possui nível superior. Então o número de mulheres com nível superior (interseção entre os eventos) é:

$$n(M \cap S) = \frac{30}{2} = 15$$

Logo, a probabilidade associada à interseção dos eventos é:

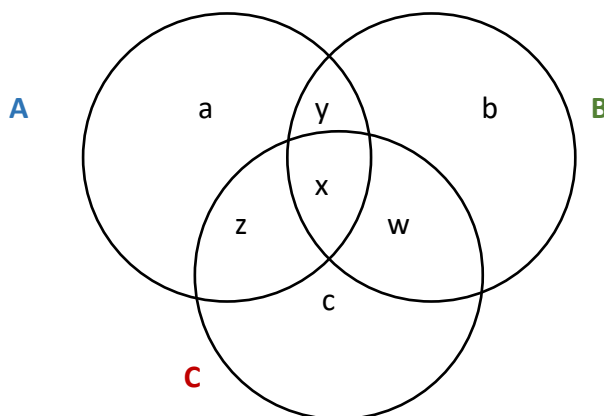
$$P(M \cup S) = \frac{n(M \cap S)}{n(U)} = \mathbf{\frac{15}{50}}$$

Substituindo os valores que calculamos na equação da probabilidade da união, temos:

$$P(M \cup S) = \mathbf{\frac{30}{50}} + \mathbf{\frac{25}{50}} - \mathbf{\frac{15}{50}} = \frac{40}{50} = \frac{4}{5}$$

Gabarito: E.

União de Três Eventos

A união de 3 eventos, A, B e C, pode ser representada pelo seguinte Diagrama de Venn:

A união corresponde à **soma de todos os elementos** indicados no diagrama acima:

n(B)

n(A ∪ B ∪ C) = a + z + y + x + b + w + c

n(A) n(C)

Podemos observar que há diversos elementos que se **repetiriam** se simplesmente somássemos os elementos de A, de B e de C para encontrar a união dos três eventos. Na verdade, estaríamos somando duas vezes os elementos das interseções, 2 a 2, e três vezes os elementos da interseção de todos os conjuntos.

Porém, ao subtrairmos os elementos da interseção 2 a 2, estaríamos deixando de fora os elementos da interseção de todos os três eventos. Por isso, precisamos somá-los novamente.

Assim, a união de 3 eventos é dada por:

$$n(A \cup B \cup C) = n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(B \cap C) - n(A \cap C) + n(A \cap B \cap C)$$

Dividindo todos os termos por n(U), obtemos a fórmula da probabilidade da união de 3 eventos:

$$\frac{n(A \cup B \cup C)}{n(U)} = \frac{n(A)}{n(U)} + \frac{n(B)}{n(U)} + \frac{n(C)}{n(U)} - \frac{n(A \cap B)}{n(U)} - \frac{n(B \cap C)}{n(U)} - \frac{n(A \cap C)}{n(U)} + \frac{n(A \cap B \cap C)}{n(U)}$$

$$P(A \cup B \cup C) = P(A) + P(B) + P(C) - P(A \cap B) - P(B \cap C) - P(A \cap C) + P(A \cap B \cap C)$$

Em vez de decorar a fórmula, pode ser mais simples utilizar o diagrama de Venn para encontrar o número de elementos da união $n(A \cup B \cup C)$ e depois dividir o resultado por $n(U)$.

Vamos considerar as seguintes informações, a respeito das probabilidades de 3 eventos:

- P(A) = 1/2
- P(B) = 5/8
- P(A ∩ B) = 1/4
- P(A ∩ C) = 5/16
- P(B ∩ C) = 3/8
- P(A ∩ B ∩ C) = 3/16
- P(A ∪ B ∪ C) = 1

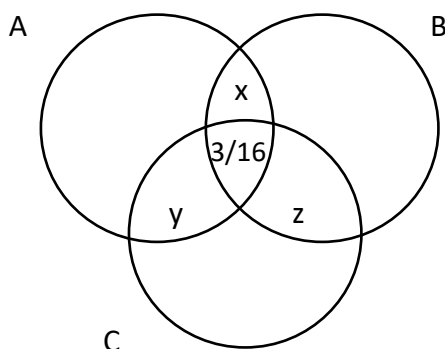
Com essas informações, podemos calcular P(C). Para isso, vamos primeiro utilizar a fórmula da probabilidade da união e substituir as informações do enunciado:

$$P(A \cup B \cup C) = P(A) + P(B) + P(C) - P(A \cap B) - P(B \cap C) - P(A \cap C) + P(A \cap B \cap C)$$

$$1 = \frac{1}{2} + \frac{5}{8} + P(C) - \frac{1}{4} - \frac{5}{16} - \frac{3}{8} + \frac{3}{16}$$

$$1 = P(C) + \frac{8+10-4-5-6+3}{16} = P(C) + \frac{6}{16}$$

$$P(C) = 1 - \frac{3}{8} = \frac{5}{8}$$

Alternativamente, podemos utilizar o **diagrama de Venn**, e preencher os valores fornecidos, começando pela interseção de 3 eventos.

O valor de x corresponde à probabilidade dos elementos da **interseção** de A e B, A ∩ B, que **não** estão na interseção de todos os 3 eventos, A ∩ B ∩ C, isto é, a diferença entre P(A ∩ B) e P(A ∩ B ∩ C):

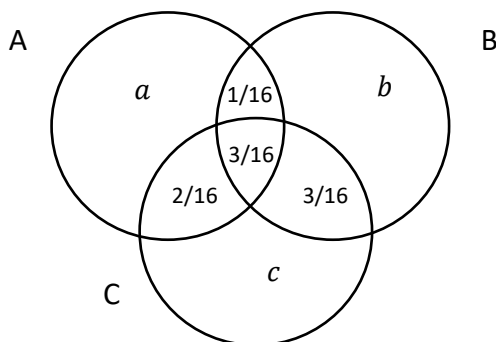
$$x = P(A \cap B) - P(A \cap B \cap C) = \frac{1}{4} - \frac{3}{16} = \frac{4-3}{16} = \frac{1}{16}$$

O valor de y corresponde à probabilidade dos elementos da **interseção** de A e C, A ∩ C, que **não** estão na interseção de todos os 3 eventos, A ∩ B ∩ C, isto é, a diferença entre P(A ∩ C) e P(A ∩ B ∩ C):

$$x = P(A \cap C) - P(A \cap B \cap C) = \frac{5}{16} - \frac{3}{16} = \frac{2}{16}$$

O valor de z corresponde à probabilidade dos elementos da **interseção** de B e C, B ∩ C, que **não** estão na interseção de todos os 3 eventos, A ∩ B ∩ C, isto é, a diferença entre P(B ∩ C) e P(A ∩ B ∩ C):

$$x = P(B \cap C) - P(A \cap B \cap C) = \frac{3}{8} - \frac{3}{16} = \frac{6-3}{16} = \frac{3}{16}$$

Inserindo esses valores no diagrama de Venn, temos:

O valor de a corresponde à probabilidade dos elementos de A que **não** pertencem a **qualquer interseção**:

$$a = P(A) - x - y - P(A \cap B \cap C) = \frac{1}{2} - \frac{1}{16} - \frac{2}{16} - \frac{3}{16} = \frac{8-6}{16} = \frac{2}{16}$$

O valor de b corresponde à probabilidade dos elementos de B que **não** pertencem a **qualquer interseção**:

$$b = P(B) - x - z - P(A \cap B \cap C) = \frac{5}{8} - \frac{1}{16} - \frac{3}{16} - \frac{3}{16} = \frac{10-7}{16} = \frac{3}{16}$$

Assim, o valor de c pode ser calculado como a diferença entre a probabilidade da **união dos 3 eventos** e **todos os demais campos**. Para facilitar, em vez de subtrair todos os campos separadamente, podemos subtrair P(A), $b = \frac{3}{16}$ e $z = \frac{3}{16}$:

$$c = P(A \cup B \cup C) - P(A) - b - z = 1 - \frac{1}{2} - \frac{3}{16} - \frac{3}{16} = \frac{16 - 8 - 6}{16} = \frac{2}{16}$$

Logo, o valor de P(C) é a soma de $c = \frac{2}{16}$, $y = \frac{2}{16}$, $z = \frac{3}{16}$ e $P(A \cap B \cap C) = \frac{3}{16}$:

$$P(C) = c + y + z + P(A \cap B \cap C) = \frac{2}{16} + \frac{2}{16} + \frac{3}{16} + \frac{3}{16} = \frac{10}{16} = \frac{5}{8}$$

(FCC/2018 – SEPLAG de Recife/PE) Em um censo realizado em uma cidade em que são consumidos somente os sabonetes de marca X, Y e Z, verifica-se que:

I. 40% consomem X.

II. 40% consomem Y.

III. 47% consomem Z.

IV. 15% consomem X e Y.

V. 5% consomem X e Z.

VI. 10% consomem Y e Z.

VII. qualquer elemento da população consome pelo menos uma marca de sabonete.

Então, escolhendo aleatoriamente um elemento dessa população, a probabilidade de ele consumir uma e somente uma marca de sabonete é igual a

a) 79%.

b) 70%.

c) 60%.

d) 80%.

e) 76%.

Comentários:

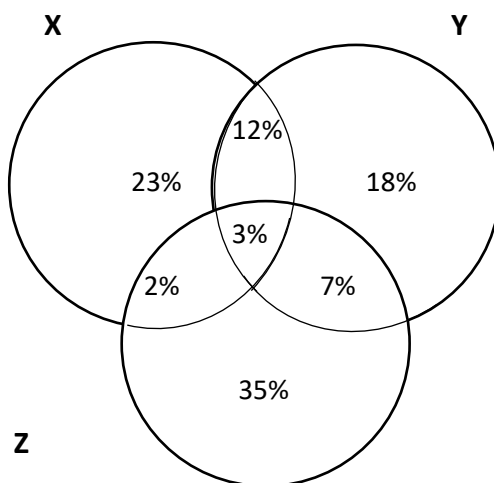
Como toda a população consome alguma marca, então vamos aplicar a fórmula da probabilidade da união, que vimos, para calcular a interseção de todos os eventos:

$$P(X \cup Y \cup Z) = P(X) + P(Y) + P(Z) - P(X \cap Y) - P(X \cap Z) - P(Y \cap Z) + P(X \cap Y \cap Z) = 100\%$$

$$40\% + 40\% + 47\% - 15\% - 5\% - 10\% + P(X \cap Y \cap Z) = 100\%$$

$$P(X \cap Y \cap Z) = 100\% - 97\% = 3\%$$

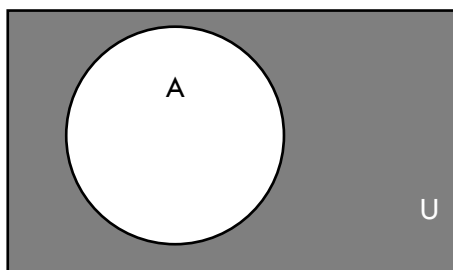
Agora, vamos utilizar o diagrama de Venn.

Começamos preenchendo P(X ∩ Y ∩ Z). Em seguida, inserimos as **interseções dois a dois**, **subtraindo-se o valor de P(X ∩ Y ∩ Z).** Por fim, inserimos os valores correspondentes a cada marca, individualmente, subtraindo-se todas as interseções.

Portanto, a probabilidade de o elemento consumir apenas uma marca é:

$$23\% + 18\% + 35\% = 76\%$$

Gabarito: E

Teorema do Evento Complementar

O complementar de um evento corresponde a **todos os elementos do Espaço Amostral** que **não** pertencem a tal evento, como representado abaixo (a região em cinza corresponde ao complementar de A).

No exemplo do lançamento de um dado, em que C = {1, 2, 3, 4}, o evento complementar de C, indicado por $\bar{C}$, corresponde ao seguinte subconjunto:

$$\bar{C} = \{5, 6\}$$

Por definição, o número de elementos do **evento** somado ao número de elementos do **complementar** é **igual ao total de elementos**:

$$n(C) + n(\bar{C}) = n(U)$$

Dividindo toda a equação por $n(U)$, podemos calcular a probabilidade do evento complementar:

$$\frac{n(C)}{n(U)} + \frac{n(\bar{C})}{n(U)} = \frac{n(U)}{n(U)}$$

$$P(C) + P(\bar{C}) = 1$$

$$\boldsymbol{P(\bar{C}) = 1 - P(C)}$$

Para o exemplo do lançamento do dado, em que C = {1, 2, 3, 4} e o Espaço Amostral é $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, a probabilidade do evento C é:

$$P(C) = \frac{n(C)}{n(U)} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

Pelo **Teorema do Evento Complementar**, a probabilidade do seu complementar é:

$$P(\bar{C}) = 1 - P(C) = 1 - \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$$

De fato, sabemos que o evento complementar é $\bar{C} = \{5, 6\}$. Pela **definição clássica** de probabilidade, temos:

$$P(\bar{C}) = \frac{n(\bar{C})}{n(U)} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

Que é justamente o resultado que encontramos aplicando o Teorema do Evento Complementar.

(2019 – Prefeitura de Palhoça/SC) Uma urna tem dez bolas vermelhas, três azuis e duas pretas. Qual é probabilidade de sortearmos uma bola que não seja da cor vermelha?

a) 33,33%

b) 45,66%

c) 38,23%

d) 25,45%

Comentários:

A probabilidade do evento complementar é:

$$P(\bar{A}) = 1 - P(A)$$

A probabilidade de sortear uma bola vermelha, sabendo que há 10 bolas vermelhas e 15 bolas no total, é:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(U)} = \frac{10}{15}$$

Assim, a probabilidade de não sortear uma bola vermelha é:

$$P(\bar{A}) = 1 - \frac{10}{15} = \frac{15 - 10}{15} = \frac{5}{15} = \frac{1}{3} \cong 33{,}33\%$$

Gabarito: A

(CESPE/2018 – BNB) Um tabuleiro quadrado e quadriculado, semelhante a um tabuleiro de xadrez, com 12 linhas e 12 colunas, e, portanto, com 12 × 12 = 144 quadradinhos pintados: 54, na cor azul; 30, na cor marrom; 40, na cor amarela; e 20, na cor verde. A cada quadradinho é associado um cartão com dois números, que indicam a posição do quadradinho no tabuleiro; o primeiro número corresponde ao número da linha, e o segundo corresponde ao número da coluna. Por exemplo, o cartão com os números 5,10 corresponde ao quadradinho posicionado na linha 5 e na coluna 10. Esses cartões estão em uma urna, da qual podem ser retirados aleatoriamente.

A respeito desse tabuleiro e desses cartões, julgue o item a seguir.

A probabilidade de retirar dessa caixa, de maneira aleatória, um cartão correspondente a um quadrado que não tenha sido pintado na cor marrom é inferior a 0,72.

Comentários:

A probabilidade de retirar um cartão que **não** seja marrom pode ser calculada pelo teorema do evento **complementar**:

$$P(\bar{M}) = 1 - P(M)$$

A probabilidade de retirar um cartão marrom é a razão entre o número de cartões marrons e o número de cartões no total:

$$P(M) = \frac{n(M)}{n(U)}$$

O enunciado informa que há:

- 144 quadrados, logo, n(U) = 144; e

- 30 quadrados marrons, logo n(M) = 30

Assim, a probabilidade de retirar um cartão marrom é:

$$P(M) = \frac{30}{144} = \frac{15}{72}$$

A probabilidade de retirar um cartão **não** marrom é complementar:

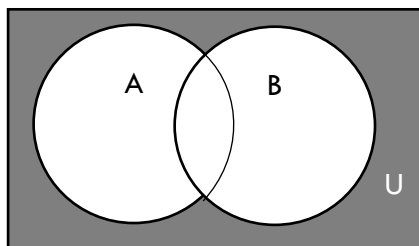
$$P(\bar{M}) = 1 - \frac{15}{72} = \frac{72 - 15}{72} = \frac{57}{72} \cong 0{,}79$$

Que é superior a 0,72.

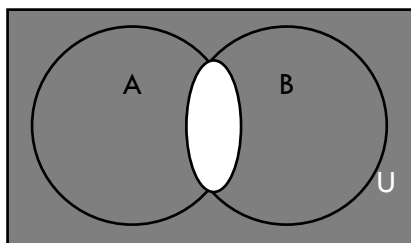
Gabarito: Errado.

Complementar da União e da Interseção

O **Teorema do Evento Complementar** $P(\bar{A}) = 1 - P(A)$ pode ser aplicado, mesmo quando o evento A for resultado de uma **combinação** de eventos, seja a união seja a interseção.

O **complementar da união** está representado pela região cinza indicada no diagrama abaixo:

Pelo Teorema que acabamos de ver, a **probabilidade do complementar da união** é dada por:

$$P(\overline{A \cup B}) = 1 - P(A \cup B)$$

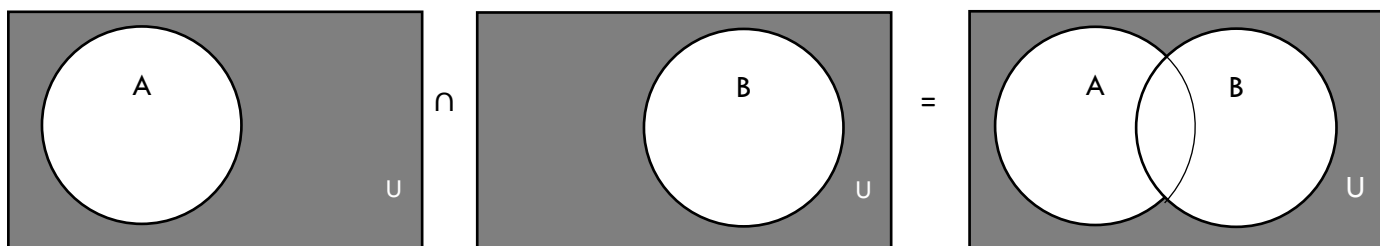
Já o **complementar da interseção** está representado pela região cinza indicada a seguir:

Pelo Teorema que acabamos de ver, a **probabilidade do complementar da interseção** é:

$$P(\overline{A \cap B}) = 1 - P(A \cap B)$$

As seguintes relações também são importantes:

1. $\bar{A} \cap \bar{B} = \overline{A \cup B}$ então **P($\bar{A} \cap \bar{B}$) = P($\overline{A \cup B}$) = 1 – P($A \cup B$)**

A **interseção** entre o **complementar de A** e o **complementar de B** é igual ao **complementar da união** do evento A com o evento B, como ilustrado a seguir.

∩
=

De fato, a situação do tipo “**nem A nem B**” significa a interseção dos complementares:

não A E não B

Essa situação implica que **não** temos qualquer elemento de A **ou** B, ou seja, o **complementar da união**.

E já sabemos calcular a probabilidade do complementar da união:

$$P(\bar{A} \cap \bar{B}) \ = \ P(\overline{A \cup B}) \ = 1 - P(A \cup B)$$

Por **exemplo**, em um lançamento do dado, em que o Espaço Amostral é U = {1, 2, 3, 4, 5, 6}, vamos supor que o evento A corresponda a todos os números pares: A = {2, 4, 6} e o evento B corresponda aos números menores que 4: B = {1, 2, 3}.

A união dos eventos é A ∪ B = {1, 2, 3, 4, 6} e sua probabilidade é:

$$P(A \cup B) = \frac{n(A \cup B)}{n(U)} = \frac{5}{6}$$

Aplicando a fórmula, podemos calcular a probabilidade de **não** ocorrer A **nem** B (**não** A **E** **não** B):

$$P(\bar{A} \cap \bar{B}) \ = 1 - P(A \cup B) = 1 - \frac{5}{6} = \frac{1}{6}$$

De fato, podemos observar que o elemento que não pertence ao evento A e nem ao evento B é $\bar{A} \cap \bar{B} = \{5\}$, cuja probabilidade é:

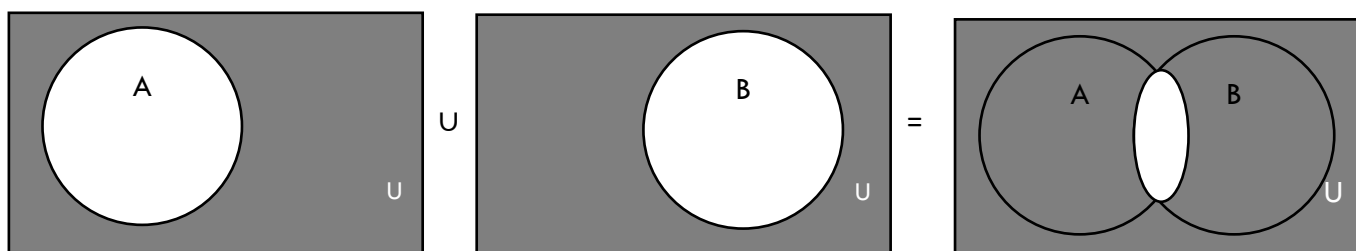
$$P(\bar{A} \cap \bar{B}) = \frac{n(\bar{A} \cap \bar{B})}{n(U)} = \frac{1}{6}$$

Que é justamente o resultado que obtivemos aplicando a fórmula $P(\bar{A} \cap \bar{B}) = 1 - P(A \cup B)$.

2. $\bar{A} \cup \bar{B} = \overline{A \cap B}$ então **P($\bar{A} \cup \bar{B}$) = P($\overline{A \cap B}$) = 1 – P($A \cap B$)**

A **união** do **complementar de A** com o **complementar de B** é igual ao **complementar da interseção** de A e B, como ilustrado abaixo.

∪

=

Vamos supor que em um restaurante haja x pessoas que estejam comendo e bebendo, c pessoas que estejam só comendo e b pessoas que estejam só bebendo.

Primeiro, pedimos que as pessoas que não estejam comendo se levantem (as b pessoas que estão somente bebendo se levantarão). Em seguida, pedimos que as pessoas que não estejam bebendo também se levantem (as c pessoas que estão somente comendo se levantarão).

Ao final, estarão em pé as c pessoas que estavam somente comendo e as b pessoas que estavam somente bebendo, isto é, todos menos as x pessoas que estavam fazendo as duas coisas (complementar da interseção) – essas pessoas permanecerão sentadas.

Considerando o exemplo anterior do lançamento do dado, em que A = {2, 4, 6} e B = {1, 2, 3}, a interseção dos eventos é A ∩ B = {2} e sua probabilidade é:

$$P(A \cap B) = \frac{n(A \cap B)}{n(U)} = \frac{1}{6}$$

Aplicando a fórmula que acabamos de ver, podemos calcular a probabilidade de **não** ocorrer o evento A **OU não** ocorrer o evento B, que equivale à probabilidade de **não** ocorrer a **interseção** $A \cap B$:

$$P(\bar{A} \cup \bar{B}) = P(\overline{A \cap B}) = 1 - P(A \cap B) = 1 - \frac{1}{6} = \frac{5}{6}$$

De fato, os elementos que não pertencem ao conjunto A são $\bar{A} = \{1, 3, 5\}$ e os elementos que não pertencem ao conjunto B são $\bar{B} = \{4, 5, 6\}$.

A união desses dois eventos complementares é $\bar{A} \cup \bar{B} = \{1, 3, 4, 5, 6\}$, que contém todos os elementos exceto a interseção A ∩ B = {2}. E a probabilidade dessa união $\bar{A} \cup \bar{B}$ é:

$$P(\bar{A} \cup \bar{B}) = \frac{n(\bar{A} \cup \bar{B})}{n(U)} = \frac{5}{6}$$

Que é justamente o resultado que obtivemos aplicando a fórmula $P(\bar{A} \cup \bar{B}) = 1 - P(A \cap B)$.

Esses casos podem ser extrapolados para diversos eventos. Para três eventos A, B e C, temos:

$$\bar{A} \cap \bar{B} \cap \bar{C} = \overline{A \cup B \cup C} \rightarrow \boldsymbol{P(\bar{A} \cap \bar{B} \cap \bar{C}) = P(\overline{A \cup B \cup C}) = 1 - P(A \cup B \cup C)}$$

$$\bar{A} \cup \bar{B} \cup \bar{C} = \overline{A \cap B \cap C} \rightarrow \boldsymbol{P(\bar{A} \cup \bar{B} \cup \bar{C}) = P(\overline{A \cap B \cap C}) = 1 - P(A \cap B \cap C)}$$

Probabilidade **Complementar**: $\boldsymbol{P(\bar{A}) = 1 - P(A)}$

Interseção dos complementares = **complementar** da união:

$$P(\bar{A} \cap \bar{B}) = P(\overline{A \cup B}) = 1 - P(A \cup B)$$

União dos complementares = **complementar** da interseção:

$$P(\bar{A} \cup \bar{B}) = P(\overline{A \cap B}) = 1 - P(A \cap B)$$

(FGV/2017 – SEPOG/RO) A probabilidade de que certo evento A ocorra é de 20%, a probabilidade de que o evento B ocorra é de 30% e a probabilidade de que A e B ocorram é de 10%. Assim, a probabilidade de que nem A nem B ocorra é igual a:

a) 30%

b) 40%

c) 50%

d) 60%

e) 70%

Comentários:

A probabilidade de que nem A nem B ocorra corresponde à interseção dos complementares, que, por sua vez, equivale ao complementar da união:

$$P(\bar{A} \cap \bar{B}) = P(\overline{A \cup B}) = 1 - P(A \cup B)$$

E a probabilidade da união é dada por:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

O enunciado informa que:

- P(A) = 20%
- P(B) = 30%
- $P(A \cap B)$ = 10%

Substituindo esses valores na equação da união, temos:

$$P(A \cup B) = 20\% + 30\% - 10\% = 40\%$$

O complementar da união, que a questão exige, é, portanto:

$$P(\overline{A \cup B}) = 1 - P(A \cup B) = 100\% - 40\% = 60\%$$

Gabarito: D

(2019 – Fundação Santo André/SP) Considere: Num campeonato de futebol descobriu-se que dos 1000 torcedores, 440 torciam para o time A, 320 torciam para o time B.

Ao escolher uma pessoa no estádio, ao acaso, assinale a alternativa correta quanto à probabilidade dessa pessoa não torcer para nenhum desses times.

a) 24%

b) 76%

c) 27%

d) 32%

Comentários:

A interseção dos complementares (não A e não B) equivale ao complementar da união:

$$P(\bar{A} \cap \bar{B}) = P(\overline{A \cup B}) = 1 - P(A \cup B)$$

Nesse caso, os eventos são mutuamente excludentes ($A \cap B = \varnothing$), pois, ninguém torce para mais de um time. Por isso, a probabilidade da união é dada por:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

A probabilidade de uma pessoa torcer para A é a razão entre o número de torcedores de A, que é n(A) = 440, e o número total de torcedores, que é n(U) = 1000. Logo:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(U)} = \frac{440}{1000} = 44\%$$

A probabilidade de uma pessoa torcer para B é a razão entre o número de torcedores de B, que é n(B) = 320, e o número total de torcedores:

$$P(B) = \frac{n(B)}{n(U)} = \frac{320}{1000} = 32\%$$

Portanto, a probabilidade da união é:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) = 44\% + 32\% = 76\%$$

Dessa forma a probabilidade de uma pessoa não torcer para A e nem para B é:

$$P(\bar{A} \cap \bar{B}) = 1 - P(A \cup B) = 100\% - 76\% = 24\%$$

Gabarito: A

(CESPE/2013 – CBM/CE) Uma pessoa que possua sangue classificado como O– é considerada doadora universal pelo fato de seu sangue poder, em tese, ser ministrado a qualquer pessoa de qualquer tipo sanguíneo. A pessoa que possua sangue classificado como AB+ é considerada receptora universal pelo fato de poder receber, em tese, sangue proveniente de doador de qualquer tipo sanguíneo. Dentro de um mesmo grupo sanguíneo, os de fator Rh– podem doar aos de fator Rh+. O sangue O+ pode ser doado para qualquer pessoa que possua sangue com fator Rh+. A tabela abaixo apresenta a distribuição do tipo sanguíneo e do fator Rh de membros de uma corporação.

Fator Rh	grupo sanguíneo				Total
	A	B	AB	O	
Rh^+	12	15	18	21	66
Rh^-	16	11	6	1	34
Total	28	26	24	22	100

Tendo como referência essas informações e a tabela acima, julgue o item que se segue.

Escolhendo-se aleatoriamente um membro dessa corporação, a probabilidade de ele não ser nem receptor universal nem doador universal é superior à probabilidade de um membro dessa mesma corporação ter o fator Rh+.

Comentários:

A probabilidade de um membro não ser nem receptor universal (AB_+) nem doador universal (O_-) corresponde à interseção dos complementares, que, por sua vez, equivale ao complementar da união desses eventos.

$$P(\overline{AB_+} \cap \overline{O_-}) = P(\overline{AB_+ \cup O_-}) = 1 - P(AB_+ \cup O_-)$$

A probabilidade de um membro ser receptor universal (AB_+) é dada pela razão entre a proporção de receptores universais e o total. Pela tabela, observamos que $n(AB_+) = 18$ e $n(U) = 100$. Assim, a probabilidade de um membro ser receptor universal é:

$$P(AB_+) = \frac{n(AB_+)}{n(U)} = \frac{18}{100} = 18\%$$

A probabilidade de um membro ser doador universal (O_-) é dada pela razão entre a proporção de doadores universais e o total. Pela tabela, observamos que $n(O_-) = 1$. Assim, a probabilidade de um membro ser doador universal é:

$$P(O_-) = \frac{n(O_-)}{n(U)} = \frac{1}{100} = 1\%$$

Considerando que não há interseção entre esses eventos (são eventos mutuamente exclusivos), então a probabilidade da união é dada por:

$$P(AB_+ \cup O_-) = P(AB_+) + P(O_-) = 18\% + 1\% = 19\%$$

Assim, a probabilidade de a pessoa **não** ser doadora universal ou receptora universal é dada pelo Teorema do Evento Complementar:

$$P(\overline{AB_+ \cup O_-}) = 1 - P(AB_+ \cup O_-) = 100\% - 19\% = 81\%$$

Por outro lado, para calcular a probabilidade de uma pessoa ter Rh+, precisamos do número de pessoas com Rh+: n(+) = 66. Logo, essa probabilidade é:

$$P(+) = \frac{66}{100} = 66\%$$

Como 81% é maior que 66%, então a probabilidade de a pessoa não ser doadora ou receptora universal é, de fato, maior que a probabilidade de ela ter Rh+.

Gabarito: Certo.

(2018 – Conselho Regional de Medicina Veterinária/ES) Em uma pesquisa feita com 200 usuários de uma pasta de dente, verificou-se o seguinte:

- 76 usam a pasta de dente A

- 86 usam a pasta de dente B

- 140 usam a pasta de dente C

- 68 usam a pasta de dente A e B

- 34 usam a pasta de dente A e C

- 48 usam a pasta de dente B e C

- 30 usam a pasta de dente A, B e C

Marque a probabilidade que, em um sorteio ao acaso de todos os usuários entrevistados, é sorteado aquele que não utiliza nenhuma das três pastas apresentada.

a) 18%

b) 9%

c) 12%

d) 21%

e) 15%

Comentários:

A probabilidade de o sorteado não utilizar qualquer pasta, A, B e nem C, é:

$$P(\bar{A} \cap \bar{B} \cap \bar{C}) = P(\overline{A \cup B \cup C}) = 1 - P(A \cup B \cup C)$$

Vimos na seção anterior que:

$$P(A \cup B \cup C) = P(A) + P(B) + P(C) - P(A \cap B) - P(B \cap C) - P(A \cap C) + P(A \cap B \cap C)$$

O enunciado informa que a pesquisa foi feita com **200** usuários e que:

- 76 usam a pasta de dente A, logo $P(A) = \frac{76}{200}$

- 86 usam a pasta de dente B, logo $P(B) = \frac{86}{200}$

- 140 usam a pasta de dente C, logo $P(C) = \frac{140}{200}$

- 68 usam a pasta de dente A e B, logo $P(A \cap B) = \frac{68}{200}$

- 34 usam a pasta de dente A e C, logo $P(A \cap C) = \frac{34}{200}$

- 48 usam a pasta de dente B e C, logo $P(B \cap C) = \frac{48}{200}$

- 30 usam a pasta de dente A, B e C, logo $P(A \cap B \cap C) = \frac{30}{200}$

$$P(A \cup B \cup C) = \frac{76}{200} + \frac{86}{200} + \frac{140}{200} - \frac{68}{200} - \frac{34}{200} - \frac{48}{200} + \frac{30}{200}$$

$$P(A \cup B \cup C) = \frac{182}{200}$$

Nota: se preferir, utilize o Diagrama de Venn para encontrar o número de elementos na união. Depois, basta dividir pelo total (200) para encontrar a probabilidade da união. Assim:

$$P(\overline{A \cup B \cup C}) = 1 - P(A \cup B \cup C)$$

$$P(\overline{A \cup B \cup C}) = 1 - \frac{182}{200} = \frac{18}{200} = 9\%$$

Gabarito: B

AXIOMAS DE PROBABILIDADE

Os chamados **axiomas** são verdades tão básicas que dispensam qualquer demonstração. É a partir dessas verdades, que as propriedades e os teoremas são desenvolvidos. Em probabilidade, temos os **Axiomas de Kolmogorov**. São eles:

1. $\boldsymbol{P(A) \geq 0}$

   A probabilidade de qualquer evento é **maior ou igual a 0**, ou seja, **não** há probabilidade **negativa**.

2. $\boldsymbol{P(U) = 1}$

   A probabilidade associada a todo o **Espaço Amostral**, ou seja, a todos os eventos possíveis, é igual a **1** (100%). Por exemplo, considerando o lançamento de um dado, qual é a probabilidade de ocorrer um dos resultados 1, 2, 3, 4, 5 ou 6? Como teremos algum desses resultados, certamente, então a probabilidade de ocorrer um desses eventos é 100% = 1.

3. Se A e B são **mutuamente excludentes** ($A \cap B = \varnothing$), então a probabilidade da união desses eventos corresponde à soma das probabilidades dos eventos:

$$\boldsymbol{P(A \cup B) = P(A) + P(B)}$$

Com base nesses três axiomas, é possível deduzir as **propriedades** de probabilidade:

i) Evento **impossível**: Sendo A um evento impossível, a sua probabilidade é igual a **zero**:

$$\text{Se } A = \varnothing, \text{ então } P(A) = 0$$

Se um evento é **impossível**, então necessariamente a sua probabilidade é **nula**; mas o contrário **não** é necessariamente verdadeiro, ou seja, se a probabilidade de um evento é nula, **não** podemos concluir que tal evento é impossível.

Há eventos que são, em tese, **possíveis**, mas cuja probabilidade é **nula**. Por exemplo, ao lançarmos uma moeda infinitas vezes, é **possível** obter infinitas CARAs, mas a probabilidade disso é igual a **zero**.

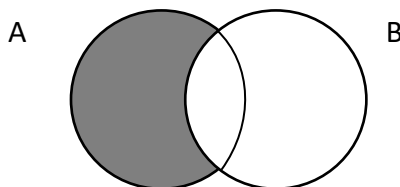
Analogamente, se um evento é **certo**, então necessariamente a sua probabilidade é igual a **1**, mas o contrário **não** é necessariamente verdadeiro, ou seja, se a probabilidade de um evento é igual a 1, **não** podemos concluir que tal evento é certo.

ii) Sendo A um evento qualquer, a sua **probabilidade** está **entre 0 e 1**:

$$0 \leq P(A) \leq 1$$

iii) Sendo A e B eventos quaisquer, a probabilidade de **ocorrer A e não ocorrer B**, que indicamos como P(A – B) ou P(A \ B), é a **diferença** entre a probabilidade de **A** e a probabilidade da **interseção**:

$$P(A - B) = P(A) - P(A \cap B)$$

O evento A – B = A \ B está ilustrado a seguir:

iv) Se A e B são eventos tais que **A implica B**, isto é, **A** está **contido** em **B** (A ⊆ B), então a probabilidade de A é **menor ou igual** à probabilidade de B.

$$P(A) \leq P(B)$$

Também são propriedades decorrentes dos Axiomas de Kolmogorov, a Probabilidade da **União** de eventos quaisquer e a Probabilidade do **Evento Complementar**:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$P(\bar{A}) = 1 - P(A)$$

Axiomas

1. $P(A) \geq 0$
2. $P(U) = 1$
3. Se A e B são **mutuamente excludentes** então $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

Propriedades

i) Se $A = \emptyset$, então $P(A) = 0$
ii) $0 \leq P(A) \leq 1$
iii) $P(A - B) = P(A \backslash B) = P(A) - P(A \cap B)$
iv) Se A ⊆ B, então $P(A) \leq P(B)$
v) $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$
vi) $P(\bar{A}) = 1 - P(A)$

(VUNESP/2016 - Prefeitura de Alumínio/SP - *Adaptada*) Uma moeda é viciada de modo que a probabilidade de sair cara é 4 vezes a de sair coroa.

A probabilidade de sair cara em um lançamento qualquer é

a) 50%

b) 25%

c) 20%

d) 75%

e) 80%

Comentários:

Para calcular a probabilidade de sair CARA/COROA em um lançamento de uma moeda **viciada**, **não** podemos utilizar a **definição clássica de probabilidade**, pois os resultados **não são equiprováveis**.

Nesse caso, podemos calcular as probabilidades dos resultados utilizando o axioma P(U) = 1, combinado com o dado do enunciado de que a probabilidade de sair CARA é 4 vezes maior que a probabilidade de sair COROA.

Chamando a probabilidade de sair COROA de p, então a probabilidade de sair CARA é $4p$. Logo:

$$P(U) = 4p + p = 1$$

$$p = \frac{1}{5}$$

E a probabilidade de sair CARA é:

$$4p = \frac{4}{5} = 80\%$$

Resposta: E

(FCC/2019 – SANASA/SP) O número de ocorrências diárias de um determinado evento foi registrado por um funcionário de uma empresa durante um longo período.

Esse trabalho permitiu, com o objetivo de análise, elaborar a distribuição de probabilidade conforme tabela abaixo, sabendo-se que o evento nunca ocorre mais que 5 vezes em um dia.

Número de ocorrências diárias	0	1	2	3	4	5
Probabilidade de ocorrência	0,20	p	2p	3p	2p	p

A probabilidade de que em 1 dia o evento ocorra, pelo menos, uma vez, mas não mais que 3 vezes, é igual a

a) 2/9

b) 1/3

c) 5/12

d) 4/5

e) 8/15

Comentários:

Primeiro, precisamos calcular o valor de p. Sabendo que a tabela corresponde a todo o Espaço Amostral, uma vez que o evento nunca ocorre mais que 5 vezes no dia, temos:

$$0{,}20 + p + 2p + 3p + 2p + p = 1$$

$$9p = 0{,}8$$

$$p = \frac{8}{90}$$

A probabilidade de ocorrer pelo menos 1 vez e não mais de 3 vezes é:

$$P(1) + P(2) + P(3) = p + 2p + 3p = 6p = 6 \times \frac{8}{90} = \frac{8}{15}$$

Gabarito: E

(FCC/2017 – SABESP) Em um grupo de 100 pessoas, 80 possuem telefone celular, 50 possuem telefone fixo, e 10 não possui telefone celular nem telefone fixo.

Sorteando-se ao acaso uma dessas 100 pessoas, a probabilidade de que ela tenha telefone fixo mas não tenha telefone celular é de

a) 50%.

b) 5%.

c) 1%.

d) 20%.

e) 10%.

Comentários:

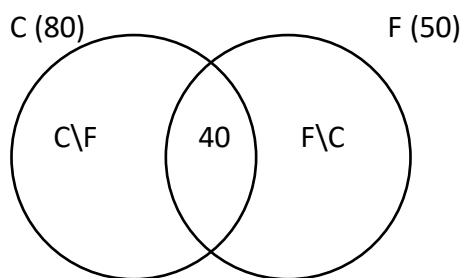
A questão informa que, de um total de 100 pessoas, 10 não possuem nem celular, nem fixo. Portanto, 90 pessoas possuem celular **ou** fixo:

$$n(C) + n(F) - n(C \cap F) = 90$$

Além disso, o enunciado informa que n(C) = 80 e n(F) = 50. Substituindo esses valores, temos:

$$80 + 50 - n(C \cap F) = 90$$

$$n(C \cap F) = 40$$

Ou seja, 40 pessoas possuem celular **e** fixo, conforme representado a seguir.

Portanto, o número de pessoas que têm fixo, mas não têm celular (evento $F \backslash C$) é:

$$n(F \backslash C) = n(F) - n(F \cap C) = 50 - 40 = 10$$

Sabendo que há n(U) = 100 pessoas no total, a probabilidade do evento $F \backslash C$ é:

$$P(F \backslash C) = \frac{n(F \backslash C)}{n(U)} = \frac{10}{100} = 10\%$$

Gabarito: E

PROBABILIDADE CONDICIONAL

A probabilidade condicional trabalha com a probabilidade de um evento ocorrer, **sabendo** que outro **já ocorreu**.

Por exemplo, vamos supor que, em um auditório, existam enfermeiros e dentistas, tanto homens quanto mulheres. Podemos calcular a probabilidade de uma pessoa escolhida aleatoriamente ser enfermeiro, **sabendo** que é homem.

O fato de sabermos que a pessoa escolhida é homem corresponde a uma **redução** do **universo** de possibilidades – não estamos mais considerando todo o auditório, mas apenas os homens nesse auditório. Com esse "novo" universo, calculamos a probabilidade de esse homem ser enfermeiro.

Para ilustrar, vamos atribuir números a esse exemplo, conforme tabela abaixo:

	Homens	Mulheres	**Totais**
Enfermeiros	40	50	**90**
Dentistas	80	30	**110**
Totais	**120**	**80**	**200**

Nesse caso, o "novo" universo são os 120 homens, ao invés de todas as 200 pessoas no auditório. Assim, a probabilidade de ser um enfermeiro pode ser calculado pela razão entre os casos favoráveis (número de enfermeiros) e os casos possíveis (número de homens), nesse "novo" universo:

$$P = \frac{casos\ favoráveis}{casos\ possíveis} = \frac{n(A)}{n(U')}$$

$$P = \frac{40}{120} = \frac{1}{3}$$

O que fizemos foi dividir o número de enfermeiros e homens (interseção) pelo número de homens (evento que se sabe ter ocorrido).

$$P = \frac{n(E \cap H)}{n(H)}$$

Dividindo tanto o numerador quanto o denominador pelo número de elementos de todo o Espaço Amostral n(U), obtemos a fórmula da **probabilidade de condicional** do evento E, **dado** o evento H, indicada por P(E|H):

$$P(E|H) = \frac{\frac{n(E \cap H)}{n(U)}}{\frac{n(H)}{n(U)}} = \frac{P(E \cap H)}{P(H)}$$

$$\boldsymbol{P(E|H) = \frac{P(E \cap H)}{P(H)}}$$

O evento que **sabemos ter ocorrido** (o evento "homem", no nosso exemplo) é chamado de evento a **priori** (ocorre antes). O outro evento é aquele cuja **probabilidade** queremos calcular (no nosso exemplo, o evento "enfermeiro"). Esse evento é chamado de evento a **posteriori** (ocorre depois).

É possível que a **interseção** dos eventos seja equivalente ao próprio evento a **posteriori**. Por exemplo, suponha que, dos 90 enfermeiros indicados na tabela, 10 tenham mais de vinte anos de profissão. Agora, vamos calcular a probabilidade de ter sorteado um enfermeiro com mais de vinte anos de profissão (X), sabendo que foi sorteado um enfermeiro. Essa probabilidade é dada por:

$$P(X|E) = \frac{P(X \cap E)}{P(E)}$$

Ora, todos os enfermeiros com mais de vinte anos de profissão (X) pertencem ao grupo dos enfermeiros (E). Assim, a interseção $X \cap E$ corresponde ao próprio evento X, logo:

$$P(X|E) = \frac{P(X)}{P(E)} = \frac{n(X)}{n(E)}$$

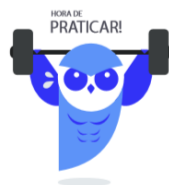
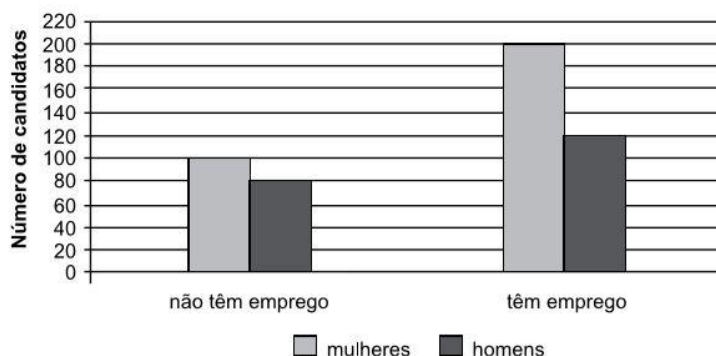
$$P(X|E) = \frac{10}{90} = \frac{1}{9}$$

Podemos efetuar as **mesmas operações** de combinação de eventos com a probabilidade condicional. Em especial, a probabilidade condicional **complementar** é:

$$P(\bar{E}|H) = 1 - P(E|H)$$

O **complementar** do evento **E**, **dado H**, é **não E**, **dado H**. Assim, o evento a **priori**, que sabemos que ocorreu, **permanece** como evento a priori.

Para o nosso exemplo, temos $P(E|H) = \frac{1}{3}$. Então, dado que foi selecionado um homem, a probabilidade de a pessoa selecionada não ser um enfermeiro, é:

$$P(\bar{E}|H) = 1 - P(E|H) = 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$$

(VUNESP/2019 – Prefeitura da Estância Balneária de Peruíbe/SP) O gráfico a seguir apresenta dados referentes a homens e mulheres que se inscreveram para prestar um concurso para trabalhar em uma instituição pública. Entre os candidatos, alguns já tinham emprego.

Um desses candidatos foi escolhido aleatoriamente. Sabendo-se que esse candidato não tem emprego, a probabilidade de que ele seja homem é:

a) 2/9

b) 4/9

c) 2/5

d) 1/5

e) 3/8

Comentários:

A questão pede a probabilidade de o candidato ser homem, **dado** que **não tem emprego** (probabilidade condicional). Essa probabilidade pode ser calculada pela razão clássica entre os eventos favoráveis e os eventos totais, restringindo-os aos candidatos que não têm emprego (universo conhecido):

$$P = \frac{n(Homens\ sem\ emprego)}{n(Candidatos\ sem\ emprego)}$$

Obs.: Se preferir, considere a definição de probabilidade condicional para calcular a probabilidade de o candidato ser homem (H), dado que não tem emprego ($\bar{E}$):

$$P(H|\bar{E}) = \frac{P(H \cap \bar{E})}{P(\bar{E})} = \frac{n(H \cap \bar{E})}{n(\bar{E})}$$

Pelo gráfico, observamos que o número de homens sem emprego é:

$$n(H \cap \bar{E}) = n(Homens\ sem\ emprego) = 80$$

O gráfico informa também que o número de mulheres sem emprego é de 100. Logo, o número total de candidatos sem emprego é:

$$n(\bar{E}) = n(Candidatos\ sem\ emprego) = 80 + 100 = 180$$

Assim, a probabilidade desejada é:

$$P(H|\bar{E}) = \frac{80}{180} = \frac{4}{9}$$

Gabarito: B.

(CESPE/2018 – ABIN) Como forma de melhorar a convivência, as famílias Turing, Russell e Gödel disputaram, no parque da cidade, em um domingo à tarde, partidas de futebol e de vôlei. O quadro a seguir mostra os quantitativos de membros de cada família presentes no parque, distribuídos por gênero.

Família	Masculino	Feminino
Turing	5	7
Russell	6	5
Gödel	5	9

A partir dessa tabela, julgue o item subsequente.

Considere que, em eventual sorteio de brindes, um nome tenha sido retirado, ao acaso, do interior de uma urna que continha os nomes de todos os familiares presentes no evento. Nessa situação, sabendo-se que o sorteado não é uma mulher da família Gödel, a probabilidade de ser uma mulher da família Russel será superior a 20%.

Comentários:

A questão indaga sobre probabilidade condicional. Podemos calcular essa probabilidade, utilizando a fórmula da probabilidade clássica, porém **restringindo** os casos considerados ao evento que sabemos ter ocorrido, no caso, o fato de **não ser uma mulher da família Gödel**:

$$P = \frac{casos\ favoráveis}{casos\ possíveis} = \frac{n(A)}{n(U')}$$

Obs.: Se preferir, considere a definição de probabilidade condicional para calcular a probabilidade de o sorteado ser uma mulher da família Russel (M_R), dado que não é uma mulher da Gödel ($\overline{M_G}$):

$$P(M_R|\overline{M_G}) = \frac{P(M_R \cap \overline{M_G})}{P(\overline{M_G})}$$

Perceba que a interseção entre as mulheres da família Russel e as pessoas que **não** são mulheres da família Gödel, $M_R \cap \overline{M_G}$, equivale exatamente às mulheres da família Russel, M_R, logo:

$$P(M_R|\overline{M_G}) = \frac{P(M_R)}{P(\overline{M_G})} = \frac{n(M_R)}{n(\overline{M_G})}$$

Ou seja, sabendo que o sorteado não é uma mulher da família Gödel, então os casos possíveis correspondem a todos os familiares exceto as mulheres dessa família:

$$n(\overline{M_G}) = n(U') = 5 + 7 + 6 + 5 + 5 = 28$$

Os casos favoráveis correspondem ao número de mulheres da família Russel:

$$n(M_R) = n(A) = 5$$

Logo, a probabilidade é dada por:

$$P = \frac{5}{28} \cong 18\%$$

Ou seja, é inferior a 20%.

Gabarito: Errado.

(FCC/2018 – Banrisul/RS) Em uma empresa com 400 funcionários, 30% ganham acima de 5 Salários Mínimos (S.M.). O quadro de funcionários dessa empresa é formado por 180 homens e 220 mulheres, sendo que 160 mulheres ganham no máximo 5 S.M. Escolhendo aleatoriamente 1 funcionário dessa empresa e verificando que é homem, a probabilidade de ele ganhar mais do que 5 S.M. é igual a

a) 1/2.

b) 3/20.

c) 1/3.

d) 3/11.

e) 3/10.

Comentários:

A probabilidade de a pessoa ganhar mais que 5SM, **dado que é homem**, pode ser calculada como:

$$P(G|H) = \frac{P(G \cap H)}{P(H)} = \frac{n(G \cap H)}{n(H)}$$

A questão informa que n(H) = 180, que representa o "novo Universo".

Também é informado que 30% dos funcionários ganham mais que 5SM: n(G) = 30% x 400 = 120.

Sabendo que 160 mulheres ganham menos que 5SM, então 220 – 160 = 60 mulheres ganham mais que 5SM. Então, o número de homens que ganham mais que 5SM é:

$$n(G \cap H) = n(G) - n(G \cap \overline{H}) = 120 - 60 = 60$$

Portanto:

$$P(G|H) = \frac{n(G \cap H)}{n(H)} = \frac{60}{180} = \frac{1}{3}$$

Gabarito: C

(FGV/2022 – SEFAZ/ES) As probabilidades de dois eventos A e B são P[A] = 0,5, P[B] = 0,8. A probabilidade condicional de A ocorrer dado que B ocorre é P[A|B] = 0,6. Assim, a probabilidade de que A ou B ocorram é igual a

a) 0,56

b) 0,60

c) 0,76

d) 0,82

e) 0,94

Comentários:

O enunciado informa a probabilidade dos eventos A e B, bem como a probabilidade condicional de A, dado B, a qual corresponde à razão entre a probabilidade da interseção e a probabilidade do evento a priori, no caso, o evento B:

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

Sabendo que $P(B) = 0{,}8$ e que $P(A|B) = 0{,}6$, podemos calcular a probabilidade da interseção:

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{0{,}8} = 0{,}6$$

$$P(A \cap B) = 0{,}6 \times 0{,}8 = 0{,}48$$

Conhecendo as probabilidades $P(A) = 0{,}5$, $P(B) = 0{,}8$ e $P(A \cap B) = 0{,}48$, podemos calcular a probabilidade da união (A OU B):

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0{,}5 + 0{,}8 - 0{,}48 = 0{,}82$$

Gabarito: D

Teorema da Multiplicação

O Teorema da Multiplicação pode ser visto como uma forma diferente de escrever a fórmula da **probabilidade condicional**. Como vimos, a probabilidade condicional é:

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$$

O Teorema da Multiplicação fornece a probabilidade da **interseção**, a partir da probabilidade **condicional**:

$$\boldsymbol{P(A \cap B) = P(B|A) \times P(A)}$$

Ou seja, a probabilidade da interseção de dois eventos é o **produto** da probabilidade **condicional** pela probabilidade do evento a **priori**.

Para o nosso exemplo anterior, vimos que a probabilidade de ter sido selecionado um enfermeiro, sabendo que foi homem é:

$$\boldsymbol{P(E|H)} = \frac{1}{3}$$

Assim, conhecendo a probabilidade de selecionar um homem (evento a priori), podemos calcular a probabilidade de selecionar um enfermeiro homem (interseção).

Para isso, vejamos novamente a tabela desse exemplo:

	Homens	Mulheres	**Totais**
Enfermeiros	40	50	**90**
Dentistas	80	30	**110**
Totais	**120**	**80**	**200**

A probabilidade de selecionar um homem (evento a priori) é, pela definição clássica:

$$P(H) = \frac{n(H)}{n(U)} = \frac{120}{200} = \frac{3}{5}$$

Agora, podemos calcular a probabilidade da interseção **P(E ∩ H)**, pelo Teorema da Multiplicação:

$$\boldsymbol{P(E \cap H) = P(E|H) \times P(H)} = \frac{1}{3} \times \frac{3}{5} = \frac{1}{5}$$

De fato, aplicando a definição clássica de probabilidade para calcular a interseção, a partir da tabela, temos:

$$P(E \cap H) = \frac{n(E \cap H)}{n(U)} = \frac{40}{200} = \frac{1}{5}$$

Observe que podemos aplicar o Teorema da Multiplicação, **invertendo-se** os eventos a priori e a posteriori. Se, em vez de $P(E|H)$, conhecêssemos $P(H|E)$, poderíamos calcular a probabilidade da **interseção** $P(E \cap H)$ como:

$$\boldsymbol{P(E \cap H) = P(H|E) \times P(E)}$$

Já conhecemos a probabilidade da interseção, mas vamos efetuar os cálculos com essa **inversão**?

A probabilidade condicional de a pessoa selecionada ser homem, dado que é enfermeiro (homem ou mulher) é, pela tabela:

$$P(H|E) = \frac{casos\ favoráveis}{casos\ possíveis} = \frac{40}{90} = \frac{4}{9}$$

E a probabilidade de selecionar um enfermeiro é, pela tabela (definição clássica):

$$P(E) = \frac{n(E)}{n(U)} = \frac{90}{200} = \frac{9}{20}$$

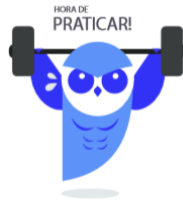
Com $P(H|E)$ e $P(E)$, podemos calcular a probabilidade da interseção $P(E \cap H)$, aplicando-se o Teorema da Multiplicação:

$$P(E \cap H) = P(H|E) \times P(E) = \frac{4}{9} \times \frac{9}{20} = \frac{1}{5}$$

Que é o resultado que obtivemos antes!

Para **3 eventos**, a interseção é dada por:

$$\boldsymbol{P(A \cap B \cap C) = P(A) \times P(B|A) \times P(C|A \cap B)}$$

Ou seja, é a probabilidade do evento a priori (A), multiplicada pela probabilidade condicional do primeiro evento a posteriori (B|A), multiplicada pela probabilidade condicional do segundo evento a posteriori (C|A∩B).

(VUNESP/2016 – Prefeitura de Alumínio/SP – *Adaptada*) Um estudante resolve uma prova com apenas questões em forma de testes de múltipla escolha, com 4 alternativas cada teste. Ele sabe 75% da matéria da prova. Quando ele sabe a matéria da questão ele acerta e, quando não sabe, escolhe a alternativa ao acaso. A probabilidade de o aluno acertar uma questão qualquer por acaso é igual a

a) 6,25%

b) 8,5%

c) 15%

d) 17,25%

e) 18,75%

Comentários:

A probabilidade de o aluno acertar uma questão qualquer por acaso corresponde à **interseção** dos eventos "não saber a matéria" (que podemos chamar de $\bar{S}$) **E** "acertar a questão" (que podemos chamar de A) é:

$$P(\bar{S} \cap A)$$

Considerando que a probabilidade de o aluno acertar a questão **depende** do evento saber ou não a matéria, a probabilidade da interseção é dada por:

$$P(\bar{S} \cap A) = P(\bar{S}) \times P(A|\bar{S})$$

O enunciado informa que:

- O aluno sabe 75% da matéria da prova: P(S) = 0,75

Logo, o aluno **não sabe** o restante da matéria (evento **complementar**):

$$P(\bar{S}) = 1 - P(S) = 1 - 0{,}75 = 0{,}25$$

- O aluno escolhe a alternativa ao acaso, se ele não souber a matéria.

Havendo 4 alternativas, a probabilidade de o aluno **acertar** a questão, **dado que não sabe** a matéria é:

$$P(A|\bar{S}) = \frac{1}{4} = 0{,}25$$

Substituindo esses valores na fórmula da probabilidade da interseção, obtemos a probabilidade de o aluno acertar uma questão qualquer por acaso:

$$P(\bar{S} \cap A) = 0{,}25 \times 0{,}25 = 0{,}0625 = 6{,}25\%$$

Gabarito: A

(VUNESP/2019 – Prefeitura de Campinas/SP) Ao operar em um turno de trabalho, uma linha de produção se interrompe totalmente se uma máquina M1 falhar. Para diminuir o risco de interrupção, ligou-se ao sistema uma máquina M2 programada para entrar imediatamente em funcionamento caso M1 falhe, fazendo com que o sistema prossiga. A probabilidade de M1 falhar é de 1/20 e a probabilidade de M2 falhar é também de 1/20. A probabilidade de que o sistema não se interrompa durante um turno de trabalho após a inclusão de M2 é de

a) 99,75%

b) 95%

c) 99%

d) 90,25%

e) 97,5%

Comentários:

A probabilidade de o sistema não se interromper pode ser calculada pelo **complementar** de ele se interromper:

$$P(\bar{I}) = 1 - P(I)$$

Para o sistema se interromper, é necessário que a máquina M1 falhe **E** que a máquina M2 falhe. Logo, temos a interseção desses eventos:

$$P(I) = P(F1) \times P(F2|F1)$$

Representamos a falha da M2 como F2|F1, pois a máquina atua **somente** se a M1 falhar.

O enunciado informa que a probabilidade de tanto uma quanto outra falhar é de 1/20:

$$P(I) = \frac{1}{20} \times \frac{1}{20} = \frac{1}{400} = 0{,}0025$$

Assim, a probabilidade de o sistema **não** interromper é complementar:

$$P(\bar{I}) = 1 - P(I) = 1 - 0{,}0025 = 0{,}9975 = 99{,}75\%$$

Gabarito: A.

(FGV/2018 – ALE/RO) Uma urna I contém inicialmente 4 bolas azuis e 6 bolas vermelhas; nessa ocasião, a urna II contém 5 bolas azuis e 4 bolas vermelhas, e a urna III, 2 azuis e 7 vermelhas. Uma bola é sorteada da urna I e colocada na urna II. Em seguida, uma bola é sorteada da urna II e colocada na urna III. Por fim, uma bola é sorteada da urna III. A probabilidade de que a bola sorteada da urna III seja azul é igual a

a) 0,166

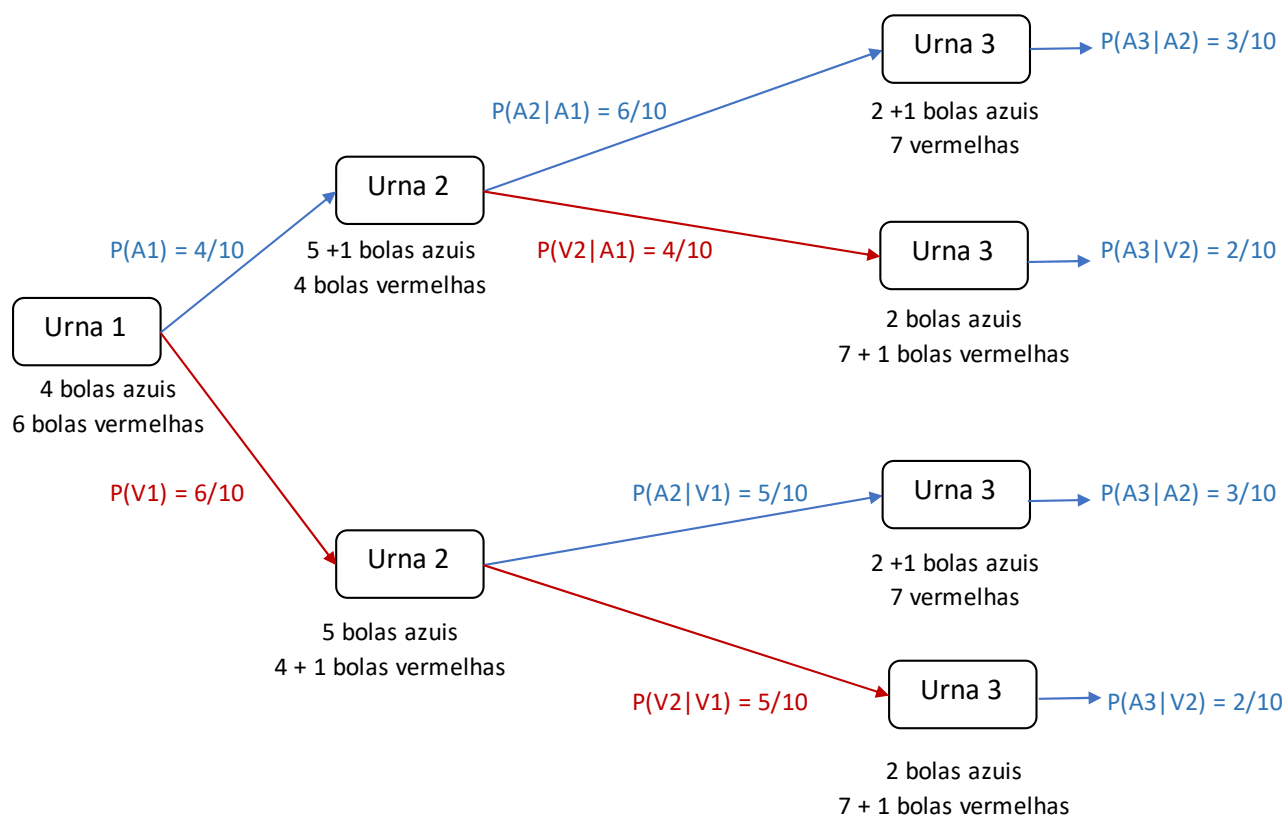
b) 0,182

c) 0,254

d) 0,352

e) 0,368

Comentários:

A probabilidade de retirar uma bola azul da urna III depende de qual bola é retirada da urna II, que, por sua vez, depende de qual bola é retirada da urna I, conforme ilustrado abaixo:

Na figura, temos as quantidades de bolas nas urnas, para cada caso, o que nos permite calcular a probabilidade de retirar uma bola azul ou vermelha, em cada etapa.

Para encontrar a probabilidade de tirar uma bola azul, precisamos da interseção dos eventos subsequentes (retirada da urna 1, da urna 2 e da urna 3) e da união das possibilidades alternativas (isto é, dos diferentes caminhos).

A probabilidade do primeiro caminho (superior) é dada por:

$$P(A1 \cap A2 \cap A3) = P(A1) \times P(A2|A1) \times P(A3|A2) = 0{,}4 \times 0{,}6 \times 0{,}3 = 0{,}072$$

A probabilidade do segundo caminho é:

$$P(A1 \cap V2 \cap A3) = P(A1) \times P(V2|A1) \times P(A3|V2) = 0{,}4 \times 0{,}4 \times 0{,}2 = 0{,}032$$

A probabilidade do terceiro caminho é dada por:

$$P(V1 \cap A2 \cap A3) = P(V1) \times P(A2|V1) \times P(A3|A2) = 0{,}6 \times 0{,}5 \times 0{,}3 = 0{,}09$$

A probabilidade do quarto caminho (inferior) é dada por:

$$P(V1 \cap V2 \cap A3) = P(V1) \times P(V2|V1) \times P(A3|V2) = 0{,}6 \times 0{,}5 \times 0{,}2 = 0{,}06$$

E a probabilidade de retirar uma bola azul, considerando todas essas possibilidades (mutuamente exclusivas) é, pelo princípio aditivo:

$$P(A3) = P(A1 \cap A2 \cap A3) + P(A1 \cap V2 \cap A3) + P(V1 \cap A2 \cap A3) + P(V1 \cap V2 \cap A3)$$

$$P(A3) = 0{,}072 + 0{,}032 + 0{,}09 + 0{,}06 = 0{,}254$$

Gabarito: C

Independência de Eventos

Eventos independentes são aqueles que **não influenciam** uns nos outros. Por exemplo, o resultado do lançamento de um dado em nada influencia o resultado de outro lançamento.

Como fica a probabilidade condicional desses eventos, então?

Vamos supor que o resultado de um lançamento de um dado tenha sido o número 3: A = {3}. Sabendo disso, qual é a probabilidade de um novo lançamento do dado ser B = {4}?

Bem, o resultado do 1º lançamento (evento A) em nada influencia o 2º lançamento (evento B). Portanto, a probabilidade de o 2º lançamento ser 4 é a **mesma** (P = 1/6), **independentemente** do resultado do 1º lançamento.

Isso quer dizer que, sendo A e B eventos **independentes**, a **probabilidade condicional** de B, sabendo que o evento A ocorreu, é igual à probabilidade de B (e vice-versa):

$$P(B|A) = P(B)$$

Vamos a mais uma pergunta: sabendo que o resultado do 1º lançamento foi A = {3}, qual é a probabilidade de **não** sair 4 no 2º lançamento (evento $\bar{B}$)?

Sabendo que a probabilidade de sair 4 no 2º lançamento é a mesma, independente do resultado do 1º lançamento, então a probabilidade de **não** sair 4 **também** é **independente** do 1º lançamento.

De forma geral, se A e B são **independentes**, então os **complementares** também são **independentes**. Isso implica nas seguintes igualdades:

i. $\boldsymbol{P(B|\bar{A}) = P(B)}$

Por exemplo, a probabilidade de sair 4 no 2º lançamento (evento B), **dado** que o resultado do 1º lançamento **não** foi 3 (evento $\bar{A}$), é a mesma (P = 1/6), **independentemente** do resultado do 1º lançamento.

ii. $\boldsymbol{P(\overline{B}|A) = P(\overline{B})}$

Por exemplo, a probabilidade de **não** sair 4 no 2º lançamento (evento $\overline{B}$), **dado** que o resultado do 1º lançamento foi 3 (evento A), é a mesma (P = 5/6), **independentemente** do resultado do 1º lançamento.

iii. $\boldsymbol{P(\overline{B}|\overline{A}) = P(\overline{B})}$

Por exemplo, a probabilidade de **não** sair 4 no 2º lançamento (evento $\overline{B}$), **dado** que o resultado do 1º lançamento **não** foi 3 (evento $\bar{A}$), é a mesma (P = 5/6), **independentemente** do resultado do 1º lançamento.

E como fica o teorema da multiplicação para eventos independentes?

Bem, para eventos **quaisquer**, temos:

$$P(A \cap B) = P(B|A).P(A)$$

Considerando que, para eventos independentes, temos $P(B|A) = P(B)$, então a **interseção** de eventos **independentes** é calculada como:

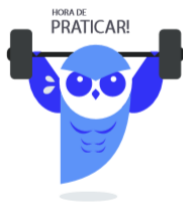
$$\boldsymbol{P(A \cap B) = P(B) \times P(A)}$$

Por exemplo, a probabilidade de obter 3 no 1º lançamento (evento A), com probabilidade P(A) = 1/6 **E** de obter 4 no 2º lançamento (evento B), com probabilidade P(B) = 1/6, é:

$$P(A \cap B) = P(B) \times P(A) = \frac{1}{6} \times \frac{1}{6} = \frac{1}{36}$$

Essa relação entre a **interseção** de eventos **independentes** e o **produto** das probabilidades é uma propriedade de "**ida e volta**".

Em outras palavras, se soubermos que A e B são **independentes**, podemos concluir que $P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$; e, se soubermos que $P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$, podemos concluir que A e B são **independentes**.

Por exemplo, mesmo sem conhecer os eventos, se soubermos que $P(A) = \frac{1}{6}$, $P(B) = \frac{1}{6}$ e $P(A \cap B) = \frac{1}{36}$, **podemos** concluir que A e B são **independentes**.

(CESPE/2015 – Telebras) Nas chamadas de suporte de uma empresa de telecomunicações, o funcionário Pedro resolve o problema do cliente em duas de cada três vezes em que é solicitado, enquanto Marcos resolve em três de cada quatro chamadas.

A partir dessa situação hipotética, julgue o item seguinte, considerando que os funcionários sejam suficientemente experientes para que a tentativa de resolução do problema de qualquer chamada não esteja subordinada a tentativas anteriores.

Se Pedro não resolver o problema de um cliente, considerando-se que nenhuma informação a respeito da tentativa é repassada a Marcos, a probabilidade de que este também não resolva o referido problema será inferior a 20%.

Comentários:

A questão pede a probabilidade de Marcos não resolver o problema, dado que Pedro não o resolveu (probabilidade condicional), que podemos representar por $P(\overline{R_M}|\overline{R_P})$.

O item esclarece que nenhuma informação a respeito da tentativa é repassada a Marcos, indicando que são eventos **independentes**. Para esses eventos, a probabilidade condicional é igual à probabilidade **não** condicional:

$$P(\overline{R_M}|\overline{R_P}) = P(\overline{R_M})$$

O enunciado informa que Marcos resolve o problema em 3 de 4 ligações, logo a probabilidade de Marcos resolver é 3/4 e a probabilidade de Marcos **não** resolver é o **complementar**:

$$P(\overline{R_M}) = 1 - \frac{3}{4} = \frac{1}{4} = 25\%$$

Que é superior a 20%.

Gabarito: Errado.

(CESPE/2019 – TJ/AM) Em um espaço de probabilidades, as probabilidades de ocorrerem os eventos independentes A e B são, respectivamente, P(A) = 0,3 e P(B) = 0,5.

Nesse caso, P(A⋂B) = 0,15.

Comentários:

Sendo A e B eventos **independentes**, a probabilidade da **interseção** é o **produto** das probabilidades:

$$P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$$

Sendo P(A) = 0,3 e P(B) = 0,5, então:

$$P(A \cap B) = 0,3 \times 0,5 = 0,15$$

Gabarito: Certo.

(FGV/2019 – Prefeitura de Angra dos Reis/RJ) Peter é um ótimo lançador de dardos. A cada lançamento, a probabilidade de Peter acertar o alvo é de 90% e independe de Peter ter acertado ou não o alvo em lançamentos anteriores. Após fazer dois lançamentos em sequência, a probabilidade de Peter ter acertado o alvo nos dois lançamentos é de

a) 180%

b) 90%

c) 81%

d) 72%

e) 160%

Comentários:

O enunciado informa que os lançamentos são eventos **independentes**. Portanto, a probabilidade de acertar os dois lançamentos, que corresponde à **interseção** dos eventos (A_1 **E** A_2) é o **produto** das probabilidades:

$$P(A_1 \cap A_2) = P(A_1) \times P(A_2)$$

A probabilidade de acerto é 90%, ou seja, $P(A_1) = P(A_2) = 90\%$. Logo, a probabilidade da interseção é:

$$P(A_1 \cap A_2) = 90\% \times 90\% = 81\%$$

Gabarito: C

(FGV/2018 – ALE/RO) A urna A tem dois cartões vermelhos e três amarelos e, a urna B, três cartões vermelhos e dois amarelos. Retira-se, aleatoriamente, um cartão de cada urna. A probabilidade de os dois cartões retirados serem amarelos é

a) $\frac{6}{25}$

b) $\frac{5}{25}$

c) $\frac{4}{25}$

d) $\frac{3}{25}$

e) $\frac{2}{25}$

Comentários:

A probabilidade de retirar 2 cartões amarelos, isto é, retirar um cartão amarelo da urna A **E** um cartão amarelo da urna B, corresponde à **interseção** desses eventos. Considerando que esses eventos (que podemos chamar por A e B) são **independentes**, então a interseção é dada pelo **produto** das probabilidades:

$$P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$$

Considerando que há 3 cartões amarelos, de um total de 5 cartões, na urna A, a probabilidade de retirar um cartão de A é: $P(A) = \frac{3}{5}$

Considerando que há 2 cartões amarelos, de um total de 5 cartões, na urna B, a probabilidade de retirar um cartão de A é: $P(B) = \frac{2}{5}$

Assim, a probabilidade de retirar 2 cartões amarelos é:

$$P(A \cap B) = \frac{3}{5} \times \frac{2}{5} = \frac{6}{25}$$

Gabarito: A.

(FGV/2019 – DPE/RJ – *Adaptada*) A partir dos axiomas da Teoria das Probabilidades, algumas proposições podem ser estabelecidas. Para quaisquer eventos não vazios, julgue as seguintes proposições.

I) $P(A \cup B) \leq P(A) + P(B) - P(A).P(B)$

II) Se $P(A \cap B) = P(A).P(B) \rightarrow P(\bar{A} \cap \bar{B}) = P(\bar{A}).P(\bar{B})$

Comentários:

Em relação ao item I, a probabilidade da união é dada por:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

Se A e B fossem independentes, teríamos $P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$. Porém, essa **não** é uma condição **dada pelo enunciado**. Logo, é possível que os eventos sejam dependentes e, consequentemente, termos:

$$P(A \cap B) \neq P(A) \times P(B)$$

Pontue-se que não é possível afirmar qual das duas probabilidades $P(A \cap B)$ ou $P(A) \times P(B)$ é maior.

Sabendo que a probabilidade da interseção pode ser diferente do produto das probabilidades, então a probabilidade da união pode ser diferente de:

$$P(A \cup B) \neq P(A) + P(B) - P(A) \times P(B)$$

Logo, o item I está errado.

Em relação ao item II, o item informa que:

$$P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$$

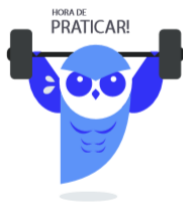
Isso nos permite concluir que A e B são eventos **independentes**. Consequentemente, os eventos **complementares** também são **independentes**. Logo, a **interseção** dos eventos complementares é o **produto**:

$$P(\bar{A} \cap \bar{B}) = P(\bar{A}) \times P(\bar{B})$$

Assim, o item II está correto.

Resposta: item I errado; item II certo.

Algumas questões pedem a probabilidade da forma "**pelo menos um**", ou da **união** de diversos eventos, em que será mais simples calcular a probabilidade **complementar**.

Vejamos algumas questões desse estilo.

(CESPE/2015 – DEPEN) Considerando que, entre a população carcerária de um presídio, a probabilidade de um detento contrair tuberculose seja igual a 0,01; que dois detentos sejam selecionados aleatoriamente dessa população carcerária; e que as ocorrências de tuberculose entre esses detentos sejam eventos independentes, julgue o próximo item.

A probabilidade de pelo menos um detento na amostra contrair tuberculose será superior a 0,01 e inferior a 0,03.

Comentários:

A probabilidade de **pelo menos um** detento, dentre os 2 detentos da amostra, contrair tuberculose pode ser calculada como o **complementar** da probabilidade de **nenhum dos 2** detentos contrair a doença.

A probabilidade de um detento qualquer não contrair a doença é o complementar da probabilidade de ele contraí-la:

$$P(\overline{D}) = 1 - P(D) = 1 - 0{,}01 = 0{,}99$$

A probabilidade de nenhum dos 2 detentos contrair a doença é a interseção da probabilidade de cada um **não** a contrair. Como os eventos são independentes, basta **multiplicar** as probabilidades:

$$P_{nenhum} = P(\overline{D}) \times P(\overline{D}) = 0{,}99 \times 0{,}99 \cong 0{,}98$$

Assim, a probabilidade de pelo menos um dos 2 detentos contrair a doença é o complementar:

$$P_{pelo\ menos\ 1} = 1 - P_{nenhum} \cong 1 - 0{,}98 = 0{,}02$$

Esse resultado é, de fato, superior a 0,01 e inferior a 0,03.

Gabarito: Certo

(FGV/2021 – FEMPAR) Suponha que cada dose de certa vacina, ao ser aplicada em uma população específica, garanta a imunização contra uma doença, de metade daqueles que não estão imunizados. Inicialmente, toda essa população estava não imunizada e todos os seus indivíduos foram submetidos a duas doses consecutivas dessa vacina. Sorteando-se, ao acaso, um indivíduo dessa população, a probabilidade de que esteja imunizado contra a doença é de

a) 100%

b) 87,5%

c) 75%

d) 50%

e) 25%

Comentários:

Segundo o enunciado, quando uma dose de vacina é aplicada em uma população não imunizada, metade ficará imunizada. Em outras palavras, há uma probabilidade de 50% de uma pessoa não imunizada se tornar imunizada com uma dose de vacina. E a questão afirma que foram aplicadas 2 doses em uma população inicialmente não imunizada.

Vamos calcular a probabilidade de uma pessoa estar imunizada pelo seu **complemento**, qual seja de não estar imunizada:

$$P(imunizado) = 1 - P(não\ imunizado)$$

Para isso, é necessário que ela não tenha sido imunizada na primeira dose, com probabilidade de 50%, **E** não ter sido imunizada na segunda dose, também com probabilidade de 50%. Assim, temos a **interseção** de eventos **independentes**, cuja probabilidade é dada pelo **produto**:

$$P(não\ imunizado) = 0{,}5 \times 0{,}5 = 0{,}25$$

E a probabilidade complementar é:

$$P(imunizado) = 1 - 0{,}25 = 0{,}75 = 75\%$$

Gabarito: C

Independência de Três Eventos

Quando há três eventos independentes, a situação é um pouco diferente de quando há apenas dois eventos. Se os eventos A, B e C são independentes, então temos **todas** as situações a seguir:

$$P(A \cap B) = P(A).P(B)$$

$$P(A \cap C) = P(A).P(C)$$

$$P(B \cap C) = P(B).P(C)$$

$$P(A \cap B \cap C) = P(A).P(B).P(C)$$

Dessa forma, os três eventos são considerados independentes somente se **todos forem independentes entre si,** tanto quando comparados dois a dois, quanto para todos os 3.

Ou seja, se os eventos são independentes, então podemos concluir que:

$$P(A \cap B \cap C) = P(A).P(B).P(C)$$

Por exemplo, lançando-se 3 moedas equilibradas, e sendo os eventos A = {CARA na 1ª moeda}, B = {COROA na 2ª moeda} e C = {CARA na 3ª moeda}, então a probabilidade $P(A \cap B \cap C)$ é dada por:

$$P(A \cap B \cap C) = P(A) \times P(B) \times P(C) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$$

Porém, o **contrário não é verdadeiro**, ou seja, **não** podemos concluir que os eventos são independentes a partir desta identidade somente.

Por exemplo, **sem conhecer** os eventos A, B e C, mas sabendo que:

$$P(A) = \frac{1}{2}, \qquad P(B) = \frac{1}{2}, \qquad P(C) = \frac{1}{2}, \qquad P(A \cap B \cap C) = \frac{1}{8}$$

não podemos, com base apenas nessas informações, concluir que A, B e C são independentes.

Além disso, é possível que todos os eventos sejam **independentes 2 a 2**, porém os **3 eventos não** serem independentes. Ou seja, sabendo que A e B são independentes, B e C são independentes, A e C são independentes, ainda assim, **não** podemos concluir que os 3 eventos são independentes.

Também é possível que A e B sejam independentes e que B e C sejam independentes. Com base nessas informações, **não** podemos concluir que A e C são independentes.

Por exemplo, suponha que o 1º e 2º lançamentos serão de moedas **equilibradas**. Suponha que, se o resultado do 1º lançamento for CARA, o 3º lançamento será de uma moeda **desequilibrada**; caso contrário, o 3º lançamento será de uma moeda equilibrada.

Suponha os mesmos eventos A = {CARA na 1ª}, B = {COROA na 2ª} e C = {CARA na 3ª}.

Nesse exemplo, os eventos A e B são **independentes** (2 lançamentos separados) e os eventos B e C são **independentes**, pois o resultado do 2º lançamento em nada influencia no resultado do 3º lançamento. Porém, os eventos A e C **não são independentes**, pois o resultado do 1º lançamento afeta o resultado do 3º lançamento.

Generalizando, para n eventos independentes, vale a relação:

$$\boldsymbol{P(A_1 \cap A_2 \cap \dots \cap A_n) = P(A_1) \times P(A_2) \times \dots \times P(A_n)}$$

Porém, o **contrário não** é verdadeiro, ou seja, não podemos concluir que os eventos são independentes, a partir dessa igualdade.

(VUNESP/2019 – Prefeitura de Cerquilho/SP) Em uma prova de múltipla escolha de língua chinesa, cada uma das 5 questões tem 4 alternativas. A probabilidade de uma pessoa acertar todas as questões, sem conhecer a língua, e escolhendo, aleatoriamente, uma alternativa em cada questão, é

a) $\frac{1}{1024}$

b) $\frac{1}{512}$

c) $\frac{1}{256}$

d) $\frac{1}{20}$

e) $\frac{1}{4}$

Comentários:

A probabilidade de acertar todas as questões, escolhendo aleatoriamente as respostas, corresponde à **interseção** de acertar cada uma das questões.

Sabendo que há 4 alternativas, a probabilidade de acertar uma questão é:

$$P(A) = \frac{1}{4}$$

Assim, a probabilidade de acertar as 5 questões, considerando que são eventos **independentes**, é o **produto**:

$$P(A_1 \cap A_2 \cap A_3 \cap A_4 \cap A_5) = P(A) \times P(A) \times P(A) \times P(A) \times P(A) = \frac{1}{4} \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{1024}$$

Gabarito: A.

(VUNESP/2018 – UNICAMP/SP) Dentre os bebedores de cerveja, sabe-se que 1/3 preferem a marca A. Se três deles são escolhidos ao acaso, a probabilidade de que nenhum deles preferem a marca A é

a) $\frac{1}{27}$

b) $\frac{5}{9}$

c) $\frac{8}{27}$

d) $\frac{2}{9}$

e) $\frac{2}{3}$

Comentários:

Sabendo que $\frac{1}{3}$ dos bebedores preferem a marca A, então a probabilidade de escolher um bebedor que não prefira é complementar:

$$P = 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$$

Considerando que a escolha de um bebedor **independe** da escolha de outro, então, escolhendo 3 bebedores ao acaso, a probabilidade de que nenhum dos 3 bebedores prefira a marca A corresponde à **interseção** dos eventos (**produto** das probabilidades):

$$P \times P \times P = \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} = \frac{8}{27}$$

Gabarito: C.

(FGV/2017 – TJ/AL) Os eventos A, B e C de um espaço amostral são tais que A é independente de B, e B é independente de C. Sabe-se ainda que os três têm probabilidade não nula de ocorrência.

Com tais informações, é correto afirmar que:

a) A é independente de C;

b) A, B e C são mutuamente independentes;

c) A e C são mutuamente exclusivos;

d) B é independente do complementar de C;

e) $P(A).P(B).P(C) = P(A \cap B|C)$.

Comentários:

Sabendo que A é independente de B e que B é independente de C, **não** podemos afirmar nada a respeito da dependência entre A e C, muito menos a respeito da dependência dos 3 eventos. Por esses motivos, as alternativas A e B estão incorretas.

Por outro lado, podemos afirmar que os **complementares** dos eventos apresentam a mesma relação de independência dos respectivos eventos. Logo, a afirmativa D está correta.

Em relação à alternativa C, se 2 eventos são mutuamente exclusivos, a sua **interseção** é **nula**. Como o enunciado não menciona a respeito da interseção, não podemos saber se os eventos são mutuamente exclusivos, ou não. Logo, a alternativa C está incorreta.

Em relação à alternativa E, pela definição de probabilidade condicional, temos:

$$P(A \cap B|C) = \frac{P(A \cap B \cap C)}{P(C)}$$

Como não sabemos se A, B e C são independentes e considerando que o enunciado não forneceu elementos que nos permitem calcular $P(A \cap B \cap C)$, não podemos calcular $P(A \cap B|C)$. Logo, a alternativa E está incorreta.

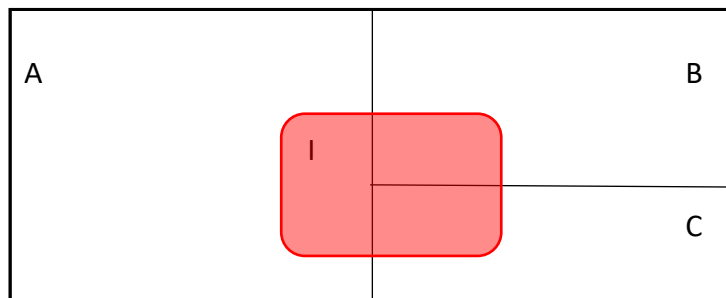
Gabarito: D

Teorema da Probabilidade Total

O Teorema da Probabilidade Total permite calcular a probabilidade de um evento B, quando conhecemos as **probabilidades condicionais** desse evento.

Por exemplo, suponha que, em um banco, o nível de inadimplência dos pagadores do grupo A (melhores pagadores) seja 1%; o nível de inadimplência dos pagadores do grupo B seja 5%; e o nível de inadimplência dos pagadores do grupo C seja de 10%.

Além disso, suponha que o grupo A represente 50% dos pagadores; o grupo B represente 30%; e o grupo C represente 20%. Com base nesses valores, podemos calcular a **probabilidade total** de inadimplência, ou seja, a probabilidade de inadimplência de um cliente qualquer, sem saber a que grupo ele pertence.

Para isso, consideramos que a probabilidade do evento I (inadimplência) está "espalhada" nos três grupos, ou seja, temos os inadimplentes do grupo A, os inadimplentes do grupo B e os inadimplentes do grupo C, como representado a seguir.

Portanto, a probabilidade total de inadimplência é a soma dos inadimplentes de cada grupo, ou seja, a soma das interseções de I com os grupos A, B e C:

$$\boldsymbol{P(I) = P(I \cap A) + P(I \cap B) + P(I \cap C)}$$

Pelo **Teorema da Multiplicação**, substituímos as interseções pelos produtos das probabilidades:

$$\boldsymbol{P(I) = P(I|A) \times P(A) + P(I|B) \times P(B) + P(I|C) \times P(C)}$$

Nesse exemplo, temos P(A) = 0,5, P(B) = 0,3, P(C) = 0,2, P(I|A) = 0,01, P(I|B) = 0,05 e P(I|C) = 0,1. Logo, a probabilidade de um cliente qualquer ser inadimplente é:

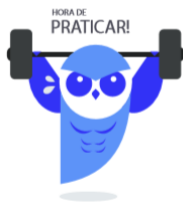
$$P(I) = 0{,}5 \times 0{,}01 + 0{,}3 \times 0{,}05 + 0{,}2 \times 0{,}1$$

$$P(I) = 0{,}005 + 0{,}015 + 0{,}02 = 0{,}04 = 4\%$$

Essa relação vale para qualquer número de eventos. Havendo **apenas 2 eventos a priori**, como se fossem apenas 2 classificações de clientes, A e $\bar{A}$, a probabilidade total $P(I)$ é dada por:

$$\boldsymbol{P(I) = P(I|A) \times P(A) + P(I|\bar{A}) \times P(\bar{A})}$$

Generalizando, com n eventos A_i e conhecendo $P(I|A_i)$, temos $P(I)$ dado por:

$$\boldsymbol{P(I) = P(I|A_1) \times P(A_1) + P(I|A_2).P(A_2) + \cdots + P(I|A_n).P(A_n)}$$

(CESPE/2015 – Departamento Penitenciário Nacional – Área 4) As probabilidades dos eventos aleatórios A = "o infrator é submetido a uma pena alternativa" e B = "o infrator reincide na delinquência" são representadas, respectivamente, por P(A) e P(B). Os eventos complementares de A e B são denominados, respectivamente, por $\bar{A}$ e $\bar{B}$. Considerando que P(A) = 0,4, e que as probabilidades condicionais $P(B|\bar{A}) = 0{,}3$ e $P(B|A) = 0{,}1$, julgue o item a seguir.

P(B) ≤ 0,2.

Comentários:

A questão trata da **probabilidade total** de B, dada por:

$$P(B) = P(B|A) \times P(A) + P(B|\bar{A}) \times P(\bar{A})$$

O enunciado informa que $P(A) = 0{,}4$; $P(B|A) = 0{,}1$ e $P(B|\bar{A}) = 0{,}3$.

Ademais, sabendo que $P(A) = 0{,}4$, o seu complementar é:

$$P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 1 - 0{,}4 = 0{,}6$$

Substituindo esses valores, temos:

$$P(B) = 0{,}1 \times 0{,}4 + 0{,}3 \times 0{,}6 = 0{,}04 + 0{,}18 = 0{,}22$$

Esse resultado é **maior** que 0,2: $P(B) > 0{,}2$.

Gabarito: Errado.

(FGV/2019 – DPE/RJ) 10% das lâmpadas fabricadas pela empresa A queimam antes de 1000h de funcionamento. Das fabricadas pela empresa B, 5% queima antes de 1000h de funcionamento. Das fabricadas pela empresa C, 1% queima antes de 1000h de funcionamento. Em uma grande loja de varejo, 20% das lâmpadas em estoque são da marca A, 30% são da marca B e 50% são da marca C. Uma lâmpada é escolhida ao acaso do estoque dessa loja.

A probabilidade de que ela não queime antes de 1000h de funcionamento é igual a.

a) 0,76

b) 0,84

c) 0,92

d) 0,96

e) 0,98

Comentários:

A questão trabalha com o Teorema da Probabilidade Total, pois informa as probabilidades de durabilidade, condicionadas aos fabricantes, e pede a probabilidade de durabilidade, não condicionada.

A probabilidade de a lâmpada **não queimar** antes de 1000h é **complementar** à probabilidade de ela **queimar** antes de 1000h:

$$P(\bar{Q}) = 1 - P(Q)$$

O enunciado informa que:

- 10% das lâmpadas fabricadas por A queimam antes de 1000h: P(Q|A) = 0,1;
- 5% das lâmpadas fabricadas por B queimam antes de 1000h: P(Q|B) = 0,05;
- 1% das lâmpadas fabricadas por C queimam antes de 1000h: P(Q|C) = 0,01;
- 20% das lâmpadas são fabricadas por A: P(A) = 0,2;
- 30% das lâmpadas são fabricadas por B: P(B) = 0,3;
- 50% das lâmpadas são fabricadas por C: P(C) = 0,5.

Pelo Teorema da Probabilidade Total, temos:

$$P(Q) = P(Q|A) \times P(A) + P(Q|B) \times P(B) + P(Q|C) \times P(C)$$

Substituindo os valores fornecidos, temos:

$$P(Q) = 0{,}1 \times 0{,}2 + 0{,}05 \times 0{,}3 + 0{,}01 \times 0{,}5 = 0{,}02 + 0{,}015 + 0{,}005 = 0{,}04$$

Portanto, a probabilidade de a lâmpada não queimar é complementar:

$$P(\bar{Q}) = 1 - P(Q) = 1 - 0{,}04 = 0{,}96$$

Gabarito: D

(FCC/2016 – Analista Judiciário do TRT 11ª Região) Um determinado órgão público recebe mensalmente processos que devem ser analisados por 2 analistas: A e B. Sabe-se que esses dois analistas recebem a mesma proporção de processos para a análise. Sabe-se que 20% de todos os processos encaminhados para A são analisados no mês de recebimento e que 10% são indeferidos. Sabe-se também que 40% dos processos encaminhados para B são analisados no mês de recebimento e que 20% são indeferidos.

Um processo recebido em determinado mês é selecionado ao acaso. A probabilidade de ele ser deferido naquele mesmo mês é igual a

a) 0,245

b) 0,350

c) 0,500

d) 0,420

e) 0,250

Comentários:

Pela probabilidade total, a probabilidade de um processo ser **deferido** no mesmo mês é:

$$P(D) = P(D|A) \times P(A) + P(D|B) \times P(B)$$

Sabemos que P(A) = P(B). Como P(A) + P(B) = 1, então P(A) = P(B) = 0,5.

Além disso, sabemos que a probabilidade de o processo ser **deferido** no mesmo mês é o **complementar** de ele ser **indeferido** no mesmo mês.

O enunciado informa que:

- 20% dos processos de A são analisados no mês e 10% deles são **indeferidos**. Ou seja, 90% dos processos analisados no mês por A são **deferidos**:

$$P(D|A) = 0{,}2 \times 0{,}9 = 0{,}18$$

- 40% dos processos de B são analisados no mês e 20% deles são **indeferidos**. Ou seja, 80% dos processos analisados no mês por B são **deferidos**:

$$P(D|B) = 0{,}4 \times 0{,}8 = 0{,}32$$

Inserindo esses valores no Teorema da Probabilidade Total, temos:

$$P(D) = 0{,}18 \times 0{,}5 + 0{,}32 \times 0{,}5 = 0{,}09 + 0{,}16 = 0{,}25$$

Gabarito: E

Teorema de Bayes

O Teorema de Bayes é usado quando conhecemos as probabilidades condicionais da forma P(B|A), e queremos calcular a probabilidade condicional da forma P(A|B), isto é, **invertendo**-se os eventos a **priori** e a **posteriori**.

No exemplo da inadimplência que vimos antes, conhecemos as probabilidades de **inadimplência para cada grupo**, isto é, com a **inadimplência** sendo o evento a **posteriori** e os **grupos** A, B e C sendo os eventos a **priori**:

- P(**I**|A) = 0,01
- P(**I**|B) = 0,05
- P(**I**|C) = 0,1.

Mas, podemos calcular a probabilidade de um cliente **pertencer a um dos grupos** (por exemplo ao grupo A), **sabendo** que ele foi **inadimplente**, ou seja, tendo a **inadimplência** como evento a **priori**:

- P(A|**I**) = ?

Para isso, vamos utilizar a fórmula da **probabilidade condicional**:

$$P(A|I) = \frac{P(A \cap I)}{P(I)}$$

Pelo **Teorema da Multiplicação**, podemos escrever o numerador em função da probabilidade condicional P(I|A), que **conhecemos**, isto é, com o evento **inadimplência a posteriori**:

$$P(A \cap I) = P(I|A) \times P(A)$$

Pelo **Teorema da Probabilidade Total**, podemos escrever o denominador como:

$$P(I) = P(I|A) \times P(A) + P(I|B) \times P(B) + P(I|C) \times P(C)$$

Assim, a fórmula do **Teorema de Bayes** para é:

$$\boldsymbol{P(A|I) = \frac{P(I|A) \times P(A)}{P(I|A) \times P(A) + P(I|B) \times P(B) + P(I|C) \times P(C)}}$$

Para o nosso exemplo, já calculamos o denominador, que corresponde à probabilidade de um cliente ser inadimplente, pela probabilidade total:

$$P(I) = P(A).P(I|A) + P(B).P(I|B) + P(C).P(I|C) = 0{,}04$$

Também sabemos que P(I|A) = 0,01 e P(A) = 0,5, portanto, a probabilidade de um cliente inadimplente ser do grupo A é:

$$P(A|I) = \frac{0{,}01 \times 0{,}5}{0{,}04} = \frac{0{,}005}{0{,}04} = \frac{1}{8} = 0{,}125 = 12{,}5\%$$

De maneira geral, com n eventos A_i e conhecendo as probabilidades $P(B|A_i)$, então a probabilidade de algum evento A_m, condicionada ao evento B é:

$$\boldsymbol{P(A_m|B) = \frac{P(B|A_m).P(A_m)}{P(B|A_1).P(A_1) + P(B|A_2).P(A_2) + \cdots + P(B|A_n).P(A_n)}}$$

(FGV/2019 – DPE/RJ) A abrangência do atendimento da Defensoria Pública depende da condição econômica do cidadão e também do tipo de causa envolvida. Sabe-se que 80% das demandas surgem em função da hipossuficiência econômica, e os outros 20% devem-se a causas no âmbito criminal. Entre aqueles que não dispõem de recursos, 90% têm suas necessidades atendidas, enquanto entre os envolvidos em ações criminais, só 40% são beneficiados com a gratuidade.

Suponha que um indivíduo do cadastro dos que procuram a Defensoria seja sorteado ao acaso, verificando-se tratar-se de alguém atendido gratuitamente.

Então, a probabilidade de que o sorteado seja um dos que procuraram a Defensoria por causa de questões criminais é igual a:

a) $\frac{1}{10}$

b) $\frac{2}{10}$

c) $\frac{6}{10}$

d) $\frac{7}{10}$

e) $\frac{9}{10}$

Comentários:

A questão trabalha com o Teorema de Bayes, pois informa as probabilidades de gratuidade condicionadas aos tipos de situação e pergunta pela probabilidade do tipo de situação, condicionada à gratuidade, isto é, **inverte** os eventos **a priori** e **a posteriori**.

O enunciado informa que:

- 80% das demandas surgem por hipossuficiência econômica: P(H) = 0,8;
- Os outros 20% das demandas surgem por causas criminais: P(C) = 0,2;
- 90% das demandas de hipossuficiência econômica conseguem gratuidade: P(G|H) = 0,9
- 40% das demandas por causas criminais conseguem gratuidade: P(G|C) = 0,4

Assim, a probabilidade de a demanda ser por causas criminais, sabendo que conseguiu gratuidade, P(C|G), é dada pela fórmula de Bayes:

$$P(C|G) = \frac{P(G|C) \times P(C)}{P(G|C) \times P(C) + P(G|H) \times P(H)}$$

Substituindo os valores do enunciado, temos:

$$P(C|G) = \frac{0,4 \times 0,2}{0,4 \times 0,2 + 0,9 \times 0,8} = \frac{0,08}{0,08 + 0,72} = \frac{0,08}{0,80} = \frac{1}{10}$$

Gabarito: A

(FCC/2018 – Analista Judiciário do TRT 14ª Região) Uma cidade sede do interior possui três varas trabalhistas. A 1ª Vara comporta 50% das ações trabalhistas, a 2ª Vara comporta 30% e a 3ª Vara as 20% restantes. As porcentagens de ações trabalhistas oriundas da atividade agropecuária são 3%, 4% e 5% para a 1ª, 2ª e 3ª Varas, respectivamente. Escolhe-se uma ação trabalhista aleatoriamente e constata-se ser originária da atividade agropecuária. A probabilidade dessa ação ser da 1ª Vara trabalhista é, aproximadamente:

a) 0,5312.

b) 0,3332.

c) 0,1241.

d) 0,4909.

e) 0,4054.

Comentários:

O enunciado fornece as proporções das ações de atividade agropecuária para cada uma das varas (ou seja, tendo as ações de atividade agropecuária como probabilidade a **posteriori**) e exige a probabilidade uma ação de ser da 1ª Vara, sabendo que ela trata atividade agropecuária (ou seja, tendo as ações de atividade agropecuária como evento a **priori**).

Pelo Teorema de Bayes, $P(V_1|A)$ é dado por:

$$P(V_1|A) = \frac{P(A|V_1) \times P(V_1)}{P(A|V_1) \times P(V_1) + P(A|V_2) \times P(V_2) + P(A|V_3) \times P(V_3)}$$

A questão informa que:

- A 1ª Vara comporta 50% das ações: $P(V_1) = 0{,}5$;
- A 2ª Vara comporta 30% das ações: $P(V_2) = 0{,}3$;
- A 3ª Vara comporta 20% das ações: $P(V_3) = 0{,}2$;
- As percentagens das ações de atividade agropecuária para as Varas 1, 2 e 3 são, respectivamente, 3%, 4% e 5%: $P(A|V_1) = 0{,}03$, $P(A|V_2) = 0{,}04$ e $P(A|V_3) = 0{,}05$.

Substituindo esses valores na fórmula do Teorema de Bayes, temos:

$$P(V_1|A) = \frac{0{,}03 \times 0{,}5}{0{,}03 \times 0{,}5 + 0{,}04 \times 0{,}3 + 0{,}05 \times 0{,}2} = \frac{0{,}015}{0{,}015 + 0{,}012 + 0{,}01} = \frac{0{,}015}{0{,}037} \cong 0{,}4054$$

Gabarito: E.

(CESPE/2019 – TJ/AM) Se Carlos estiver presente na aula ministrada pela professora Paula, a probabilidade de ele aprender o conteúdo abordado é de 80%; se ele estiver ausente, essa probabilidade cai para 0%. Em 25% das aulas da professora Paula, Carlos está ausente.

Com relação a essa situação hipotética, julgue o item seguinte.

Se Carlos não aprendeu o conteúdo ministrado na aula da professora Paula, então a probabilidade de ele ter estado presente na aula é inferior a 50%.

Comentários:

O enunciado informa que:

- Se Carlos estiver presente na aula, a probabilidade de aprender o conteúdo é de 80%: $P(Ap|P) = 0{,}8$, em que Ap corresponde ao aprendizado e P corresponde à presença;
- Se Carlos estiver ausente, a probabilidade de aprender é 0%: $P(Ap|\bar{P}) = 0$, em que $\bar{P}$ corresponde à não presença, isto é, à ausência;
- Carlos está ausente em 25%: $P(\bar{P}) = 0{,}25$.

Para calcular a probabilidade de Carlos ter estado presente, sabendo que ele não aprendeu o conteúdo, isto é, $P(P|\overline{Ap})$, em que $\overline{Ap}$ corresponde ao não aprendizado, utilizamos a fórmula de Bayes:

$$P(P|\overline{Ap}) = \frac{P(\overline{Ap}|P) \times P(P)}{P(\overline{Ap}|P) \times P(P) + P(\overline{Ap}|\bar{P}) \times P(\bar{P})}$$

Sabemos que a probabilidade de Carlos **aprender**, dado que esteve presente, é $P(Ap|P) = 0{,}8$. Assim, a probabilidade de Carlos **não aprender**, dado que esteve presente, corresponde à probabilidade do evento **complementar**:

$$P(\overline{Ap}|P) = 1 - P(Ap|P) = 1 - 0{,}8 = 0{,}2$$

Sabemos ainda que a probabilidade de Carlos **não** estar presente é $P(\bar{P}) = 0{,}25$. Logo, a probabilidade de Carlos estar presente corresponde à probabilidade do evento **complementar**:

$$P(P) = 1 - P(\bar{P}) = 1 - 0{,}25 = 0{,}75$$

Por fim, sabemos que a probabilidade de Carlos **aprender**, dado que **não** esteve **presente**, é $P(Ap|\bar{P}) = 0$. Logo, a probabilidade de Carlos **não aprender**, dado que **não** esteve **presente**, é complementar:

$$P(\overline{Ap}|\bar{P}) = 1 - P(Ap|\bar{P}) = 1 - 0 = 1$$

Substituindo esses valores na fórmula de Bayes, temos:

$$P(P|\overline{Ap}) = \frac{0{,}2 \times 0{,}75}{0{,}2 \times 0{,}75 + 1 \times 0{,}25} = \frac{0{,}15}{0{,}15 + 0{,}25} = \frac{0{,}15}{0{,}4} = 37{,}5\%$$

Ou seja, a probabilidade de Carlos estar presente, sabendo que ele não aprendeu é inferior a 50%

Gabarito: Certo.

Probabilidade Condicional

Probabilidade **Condicional**: $P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$

Teorema da **Multiplicação**: $P(A \cap B) = P(B|A) \times P(A)$

Teorema da **Probabilidade Total**: $P(I) = P(I|A) \times P(A) + P(I|B) \times P(B)$

Teorema de **Bayes**: $P(A|I) = \frac{P(I \cap A)}{P(I)} = \frac{P(I|A) \times P(A)}{P(I|A) \times P(A) + P(I|B) \times P(B)}$

Independência

A e B independentes $\leftrightarrow$ $P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$

A, B e C independentes $\rightarrow$ $P(A \cap B \cap C) = P(A) \times P(B) \times P(C)$

Resumo da Aula

Definição clássica de probabilidade

$$P(A) = \frac{número\ de\ casos\ favoráveis}{número\ de\ casos\ totais} = \frac{n(A)}{n(U)}$$

Probabilidade da União – caso geral

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

Probabilidade da União – eventos mutuamente excludentes: $P(A \cap B) = 0$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

Teorema do Evento Complementar

Vale também para combinação de eventos (união e interseção) e para probabilidades condicionais

$$P(\bar{A}) = 1 - P(A)$$

Axiomas/Propriedades de Probabilidade

$$P(U) = 1$$

$$0 \leq P(A) \leq 1$$

Probabilidade Condicional – quando sabemos que o evento A ocorreu

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$$

$$P(A \cap B) = P(B|A) \times P(A)$$

Eventos Independentes – o resultado de um não influencia o resultado do outro

$$P(B|A) = P(B)$$

$$P(A \cap B) = P(B) \times P(A)$$

Teorema da Probabilidade Total: probabilidade do todo, a partir das probabilidades condicionais

$$P(I) = P(I|A) \times P(A) + P(I|B) \times P(B) + P(I|C) \times P(C)$$

Teorema de Bayes: quando a questão inverte os eventos a priori e a posteriori

$$P(A|I) = \frac{P(I|A) \times P(A)}{P(I|A) \times P(A) + P(I|B) \times P(B) + P(I|C) \times P(C)}$$

QUESTÕES COMENTADAS – MULTIBANCAS

Conceitos Iniciais

1. (SELECON/2021 – SEDUC/MT) Os estatísticos usam a palavra experimento para descrever qualquer processo que gere um conjunto de dados. O conjunto de todos os resultados possíveis em um experimento estatístico é chamado de:

a) estudos observacionais

b) população

c) espaço amostral

d) amostra

Comentários:

O conjunto de **todos os resultados possíveis** de um experimento ou fenômeno aleatório é chamado de **Espaço Amostral**.

Gabarito: C

2. (CESGRANRIO/2010 – IBGE) A teoria da probabilidade permite que se calcule a chance de ocorrência de um número em um experimento aleatório. Considerando a teoria das probabilidades analise as afirmações abaixo.

I - Experimentos mutuamente excludentes são aqueles cujos elementos integrantes apresentam características únicas e os resultados possíveis não serão previsíveis.

II - Experimento aleatório é aquele cujo resultado é imprevisível, porém pertence necessariamente a um conjunto de resultados possíveis denominado espaço amostral.

III - Qualquer subconjunto do espaço amostral é denominado evento, sendo que, se esse subconjunto possuir apenas um elemento, o denominamos evento elementar.

É(São) correta(s) a(s) afirmativa(s)

a) I, apenas.

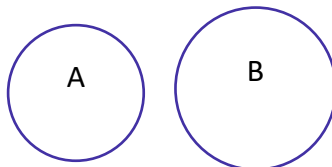
b) II, apenas.

c) I e II, apenas.

d) II e III, apenas.

e) I, II e III.

Comentários:

Em relação à afirmativa I, experimentos mutuamente excludentes são aqueles que não apresentam interseção, conforme ilustrado abaixo:

Podemos calcular as suas probabilidades, como fazemos para quaisquer outros eventos. Logo, a afirmativa I está incorreta.

Em relação à afirmativa II, não sabemos quais serão os resultados dos experimentos aleatórios, mas conhecemos o conjunto de suas possibilidades, o que chamamos de Espaço Amostral, de fato. Logo, a afirmativa II está correta.

Em relação à afirmativa III, um evento é um subconjunto do Espaço Amostral e, quando o evento possui apenas 1 elemento, ele é chamado de evento elementar. Logo, a afirmativa III está correta.

Gabarito: D

3. (CESGRANRIO/2010 – IBGE) Relacione os conceitos probabilísticos às suas definições

Conceito

I – Experimentos Aleatórios

II – Espaços Amostrais

III – Eventos Mutuamente Exclusivos

Definição

P – Eventos que não podem acontecer ao mesmo tempo; a ocorrência de um elimina a possibilidade de ocorrência do outro.

Q – Conjuntos universo ou conjuntos de resultados possíveis de um experimento aleatório.

R – Eventos cujos elementos participantes não possuem pontos em comum.

S – Fenômenos que, mesmo repetidos várias vezes sob condições semelhantes, apresentem resultados imprevisíveis.

Estão corretas as associações

a) I – S; II – Q e III – P.

b) I – S; II – P e III – Q.

c) I – P; II – Q e III – S.

d) I – R; II – P e III – Q.

e) I – Q; II – P e III – R.

Comentários:

Experimentos Aleatórios são fenômenos cujos resultados não são conhecidos (não sabemos qual será o resultado de cada experimento). Logo, temos:

I – S

Espaço Amostral é o conjunto de resultados possíveis de um experimento aleatório:

II – Q

Eventos Mutuamente Excludentes são aqueles não podem acontecer ao mesmo tempo (a ocorrência de um elimina a possibilidade do outro) e que não possuem elementos em comum (não possuem interseção):

III – P ou R

Gabarito: A

QUESTÕES COMENTADAS – MULTIBANCAS

Definições de Probabilidade

1. (Instituto Verbena/2024 – TJ/AC) Em uma sala de aula com 30 discentes da disciplina de introdução à probabilidade, qual é a probabilidade de pelo menos dois discentes fazerem aniversário no mesmo dia?

a) $\frac{365!}{335!}$

b) $1 - \frac{365!}{335!}$

c) $\frac{365!}{335!365^{30}}$

d) $1 - \frac{365!}{335!365^{30}}$

Comentários:

Para calcular a probabilidade de **pelo menos** dois discentes fazerem aniversário no mesmo dia, vamos calcular a probabilidade do evento complementar, qual seja de todo os discentes fazerem aniversário em dias diferentes.

$$P(pelo\ menos\ 2\ iguais) = 1 - P(todos\ diferentes)$$

Essa probabilidade corresponde à razão entre o número de maneiras de os 30 discentes fazerem aniversário em dias diferentes e o número total de maneiras de os 30 discentes fazerem aniversário:

$$P(todos\ diferentes) = \frac{n(todos\ diferentes)}{n(total)}$$

Em relação ao número total de possibilidades, cada discente pode fazer aniversário em qualquer um dos 365 dias do ano. Para calcular o número de possibilidades para todos os 30 discentes, aplicamos o princípio multiplicativo:

$$n(total) = 365 \times 365 \times \ldots \times 365 = 365^{30}$$

Para selecionar dias diferentes para os 30 discentes, temos o arranjo $A_{365,30}$ (ou seja, o primeiro discente pode fazer aniversário em qualquer um dos 365 dias, o segundo pode fazer aniversário em um dos outros 364 dias e assim sucessivamente):

$$n(todos\ diferentes) = A_{365,30} = \frac{365!}{(365-30)!} = \frac{365!}{335!}$$

Portanto, a probabilidade de todos os discentes fazerem aniversário em datas diferentes é:

$$P(todos\ diferentes) = \frac{\frac{365!}{335!}}{365^{30}} = \frac{365!}{335!\,365^{30}}$$

E a probabilidade desejada é complementar:

$$P(pelo\ menos\ 2\ iguais) = 1 - \frac{365!}{335!\,365^{30}}$$

Gabarito: D

2. (AOCP/2024 – PM-PE) Certo teste de aptidão física era composto por duas etapas (E1 e E2), que ocorriam de forma independente. Sabe-se que 300 pessoas foram aprovadas na etapa E1, 135 pessoas reprovaram na etapa E2, 180 pessoas foram aprovadas nas duas etapas e que 150 pessoas foram aprovadas em apenas uma etapa.

Dessa forma, considerando que todas as pessoas fizeram ambas as etapas e que só é possível ser "aprovado" ou "reprovado", é correto afirmar que

a) trinta e cinco pessoas reprovaram em ambas as etapas.

b) a probabilidade de uma pessoa ter sido aprovada em ambas as etapas é menor que 50%.

c) o número total de pessoas que participaram das etapas E1 e E2 ultrapassa 400.

d) a probabilidade de uma pessoa, escolhida ao acaso, ter sido reprovada em alguma etapa é superior a 50%.

e) a probabilidade de uma dessas pessoas ser escolhida ao acaso e ela ter sido reprovada nas duas etapas é igual a 1/23.

Comentários:

O primeiro passo para resolver essa questão é encontrar as quantidades de aprovados/reprovados em cada etapa e a quantidade total de pessoas que fizeram os testes.

Considerando que todos passaram por ambas as etapas (E1 e E2), vamos construir a seguinte tabela:

		E1		Totais
		Aprovado	Reprovado	
E2	Aprovado			
	Reprovado			
Totais				

O enunciado informa que 300 pessoas foram aprovadas na etapa E1, 135 reprovaram na etapa E2 e 180 pessoas foram aprovadas nas duas etapas:

		E1		Totais
		Aprovado	Reprovado	
E2	Aprovado	**180**		
	Reprovado	**120**	**15**	**135**
Totais		**300**		

Com essas informações, pudemos encontrar o número de pessoas que foram aprovadas na etapa E1 e reprovadas na etapa E2 (300 - 180 = 120), bem como o número de pessoas que foram reprovadas em ambas as etapas (135 - 120 = 15).

Sabendo que 150 pessoas foram aprovadas em uma única etapa, então 150 - 120 = 30 pessoas foram reprovadas na etapa E1 e reprovadas na etapa E2. Com isso, podemos calcular os demais campos da tabela:

		E1		Totais
		Aprovado	Reprovado	
E2	Aprovado	180	**30**	**210**
	Reprovado	120	15	135
Totais		300	**45**	**345**

Agora, podemos analisar as alternativas.

Em relação à alternativa A, o número de pessoas que reprovaram em ambas as etapas é igual a 15 (e não 35). Logo, a alternativa A está errada.

Em relação à alternativa B, a probabilidade de uma pessoa ter sido aprovada em ambas as etapas é a razão entre o número de pessoas aprovadas em E1 e E2 e o número total de pessoas:

$$P = \frac{180}{345}$$

Como 180 é mais que a metade de 345, então essa probabilidade é **maior** que 1/2 = 50% (e não, menor). Logo, a alternativa B está errada.

Em relação à alternativa C, o número total de pessoas que passaram pelas etapas é igual a 345, que é **menor** que 400, ou seja, **não** ultrapassa esse valor. Logo, a alternativa C está errada.

Em relação à alternativa D, a probabilidade de uma pessoa ter sido reprovada em alguma etapa é a razão entre o número de pessoas reprovadas em uma ou ambas as etapas e o número total de pessoas:

$$P = \frac{30 + 120 + 15}{345} = \frac{165}{345}$$

Como 165 é menos da metade de 345, então essa probabilidade é **inferior** a 1/2 = 50% (e não, superior). Logo, a alternativa D está errada.

Em relação à alternativa E, a probabilidade de uma pessoa ter sido reprovada nas duas etapas é a razão entre o número de pessoas reprovadas em ambas as etapas e o número total de pessoas:

$$P = \frac{15}{345} = \frac{1}{23}$$

Que é igual a 1/23. Logo, a alternativa E está correta.

Gabarito: E

3. (AOCP/2024 – PM-PE) Um jogo da memória feito apenas com cartas de baralho contava com 26 pares que levavam em consideração apenas o "valor" da carta (escolhido no conjunto {A, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, J, Q, K}) e a "cor" da carta (escolhida no conjunto {preta, vermelha}). No padrão convencional do jogo, todas as cartas são embaralhadas e postas em uma mesa com suas faces voltadas para baixo. Na sua vez, cada jogador vira duas cartas e verifica se formam um par. Caso tenha sido formado um par, as cartas são retiradas da mesa e ficam em posse do jogador que as virou, dando o direito de continuar virando as cartas indefinidamente até que um par não seja formado. Caso a ação não resulte em um par, as cartas terão suas faces voltadas para baixo, no mesmo lugar em que estavam, e a vez passa para o outro jogador. O jogo se encerra quando todos os pares forem encontrados. No decorrer de certo jogo, 23 pares já foram encontrados e restam apenas 6 cartas voltadas para baixo, que não foram viradas anteriormente: Um par de 7 vermelho, um par de 9 preto e um par de 10 preto. Nessas condições, qual é a probabilidade de o próximo jogador encerrar o jogo?

a) Uma chance em 15.

b) Uma chance em 12.

c) Uma chance em 9.

d) Uma chance em 6.

e) Uma chance em 3.

Comentários:

O enunciado informa que restam 6 cartas, ou seja, 3 pares de cartas, as quais estão empilhadas. Para que o próximo jogador encerre o jogo é necessário que todas as cartas, retiradas 2 a 2, formem pares. A probabilidade de isso ocorrer é igual à quantidade de maneiras de os pares estarem juntos na pilha (casos favoráveis), dividida pela quantidade total de maneiras de empilhar as 6 cartas.

No denominador, que considera todas as possibilidades de empilhar as 6 cartas, temos a permutação de 6 elementos distintos:

$$n(U) = P_6 = 6! = 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1$$

Em relação ao numerador, para calcular o número de maneiras de organizar 3 pares de cartas, podemos inicialmente imaginar cada par como elemento único. Portanto, temos a permutação de 3 elementos:

$$P_3 = 3! = 3 \times 2 \times 1 = 6$$

Porém, há 2 formas de organizar cada um dos três pares de cartas. Assim, o número de casos favoráveis é o produto:

$$n(A) = 6 \times 2 \times 2 \times 2$$

E a probabilidade é a razão entre esses resultados:

$$P = \frac{n(A)}{n(U)} = \frac{6 \times 2 \times 2 \times 2}{6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1} = \frac{1}{5 \times 3} = \frac{1}{15}$$

Em outras palavras, a probabilidade desejada é igual a 1 chance em 15.

Gabarito: A

4. (IADES/2023 – SEAGRI/DF) Suponha que três fiscais agropecuários, chamados de A, B e C, farão uma inspeção em três propriedades produtoras de suínos, P1, P2 e P3, e cada um fiscalizará uma única propriedade.

Se a escolha é totalmente aleatória, qual é a probabilidade de A fiscalizar P1, B fiscalizar P2 e C fiscalizar P3?

a) 1/2

b) 1/3

c) 1/4

d) 1/5

e) 1/6

Comentários:

A probabilidade de um evento é a **razão** entre o número de casos favoráveis e o número total de eventos possíveis:

$$P = \frac{n(eventos\ favoráveis)}{n(total\ de\ eventos)} = \frac{n(A)}{n(U)}$$

Há um único evento favorável, pois há apenas uma maneira de alocar A com P1, B com P2 e C com P3, logo, $n(A) = 1$.

O número total de eventos possíveis corresponde ao número de maneiras de organizar 3 fiscais em 3 propriedades, o que corresponde à permutação de 3 elementos:

$$n(U) = P_3 = 3! = 3 \times 2 \times 1 = 6$$

Assim, a probabilidade desejada é:

$$P = \frac{1}{6}$$

Gabarito: E

5. (IDECAN/2022 – CBM/MS) Segundo o manual, se a velocidade de impacto do veículo sobre o pedestre for de 32 km/h, as chances de sobrevivência são de 95%. Se a velocidade for 48 km/h, a probabilidade cai para 55%. A partir de 64 km/h, a probabilidade de sobreviver é reduzida a 15%.

Em eventos aleatórios, a chance de um determinado evento ocorrer é dada por:

a) Produto entre o número de elementos do meu conjunto evento, ou seja, o número de casos favoráveis, sobre o número de elementos no meu espaço amostral.

b) Razão entre o número de elementos do meu conjunto evento, ou seja, o número de casos favoráveis, sobre o número de elementos no meu espaço amostral.

c) Razão entre o número de elementos no meu espaço amostral sobre o número elementos do meu conjunto evento, ou seja, o número de casos favoráveis.

d) Produto entre o número de elementos no meu espaço amostral sobre o número elementos do meu conjunto evento, ou seja, o número de casos favoráveis.

e) Soma entre o número de elementos no meu espaço amostral sobre o número elementos do meu conjunto evento, ou seja, o número de casos favoráveis.

Comentários:

A probabilidade de um evento é a **razão** entre o número de casos favoráveis (que a questão chama de elementos do meu conjunto evento) e o número total de eventos possíveis (ou de elementos do espaço amostral):

$$P = \frac{eventos\ favoráveis}{total\ de\ eventos}$$

Gabarito: B

6. (IDECAN/2022 – CBM/MS) Um estudo realizado no Reino Unido diz que a probabilidade de um acidente aéreo é de um a cada 67 mil voos, e que a chance de um acidente com morte ocorrer é de um para cada 345 mil voos. Já estudo realizado nos Estados Unidos, pelo Departamento Nacional de Segurança nos Transportes, analisou todos os acidentes aéreos ocorridos entre 1983 e 2000 e descobriu que de 53.487 pessoas envolvidas em acidentes, 51.207 sobreviveram.

Analisando o texto, podemos concluir que

a) olhando para a probabilidade dos eventos, o risco de morte em um acidente aéreo é máximo, chegando a ter probabilidade $\boldsymbol{P = 1}$.

b) olhando para a probabilidade dos eventos, os riscos de um acidente aéreo acontecer são baixos, e que mesmo acontecendo o risco de morte é ainda menor.

c) segundo o estudo realizado no reino unido, a probabilidade de um acidente aéreo acorrer é de $\boldsymbol{P = \frac{1}{67}}$.

d) segundo o Departamento Nacional de Segurança nos Transportes entre 1983 e 2000, descobriu que a probabilidade de uma pessoa envolvida em um acidente aéreo morrer, é de $\boldsymbol{P = \frac{53.487}{51.207}}$.

e) segundo o Departamento Nacional de Segurança nos Transportes entre 1983 e 2000, descobriu que a probabilidade de uma pessoa envolvida em um acidente aéreo sobreviver, é de $\boldsymbol{P = 1}$, um evento certo.

Comentários:

O enunciado informa que o estudo do Reino Unido conclui que a probabilidade de um acidente aéreo é de 1 a cada 67 mil voos; e que a probabilidade de um acidente com morte é de 1 a cada 345 mil voos.

Ademais, o estudo nos Estados Unidos conclui que de 53.487 pessoas envolvidas em acidentes, 51.207 sobreviveram.

Em outras palavras, a probabilidade de ocorrer um acidente aéreo é bem pequena e que o risco de morte é ainda menor. Assim, a alternativa B está correta, enquanto a alternativa A, que afirma o contrário, está incorreta.

Em relação à alternativa C, a probabilidade de ocorrer um acidente aéreo é $\frac{1}{67.000}$, e não $\frac{1}{67}$. Por isso, a alternativa C está errada.

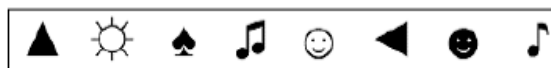
Em relação à alternativa D, em atenção ao estudo dos Estados Unidos, sabendo que 53.487 pessoas foram envolvidas em acidentes, das quais 51.207 sobreviveram, então o número de mortes é a diferença:

$$m = 53.487 - 51.207 = 2.280$$

Logo, a probabilidade de uma pessoa envolvida em um acidente aéreo morrer é $\frac{2.280}{53.487}$. Logo, a alternativa D está errada.

Em relação à alternativa E, a probabilidade de uma pessoa envolvida em acidente sobreviver é complementar $\frac{51.207}{53.487}$, que é diferente de 1. Logo, a alternativa E está errada.

Gabarito: B

7. (CONSULPLAN/2022 – Pref. Gonçalves) Observe os símbolos a seguir:

A probabilidade de se escolher um dos símbolos ao acaso e ele ser um triângulo é:

a) 20%

b) 25%

c) 50%

d) 75%

Comentários:

A probabilidade é a razão entre a quantidade de eventos favoráveis e o total de eventos possíveis:

$$P = \frac{eventos\ favoráveis}{total\ de\ eventos} = \frac{n(F)}{n(U)}$$

Observamos que há $n(F) = 2$ triângulos, de um total de $n(U) = 8$ símbolos. Assim, a probabilidade de selecionar um triângulo é a razão:

$$P = \frac{2}{8} = 25\%$$

Gabarito: B

8. (OBJETIVA/2022 – Pref. Roca Sales) Sabendo-se que certa urna contém 150 fichas, de modo que 90 são fichas brancas e o restante são fichas pretas, ao retirar aleatoriamente uma ficha dessa urna, qual a probabilidade de ela ser uma ficha branca?

a) 55%

b) 60%

c) 65%

d) 70%

Comentários:

A probabilidade de retirar uma ficha branca é a razão entre o número de fichas brancas e o número total de fichas. O enunciado informa que há 90 fichas brancas e 150 fichas no total, logo:

$$P = \frac{eventos\ favoráveis}{total\ de\ eventos} = \frac{90}{150} = \frac{3}{5} = 60\%$$

Gabarito: B

9. (FAUEL/2022 – PARANACIDADE) Em uma turma de Ensino Médio, 25 alunos são escolhidos para o sorteio de um livro de Matemática. Desses 25, 13 são homens e 12 são mulheres. Qual a probabilidade de uma mulher ganhar esse sorteio?

a) 12%

b) 25%

c) 48%

d) 50%

Comentários:

A probabilidade de sortear uma mulher é a razão entre o número de mulheres e o número total de pessoas. O enunciado informa que há 12 mulheres e 25 pessoas no total, logo:

$$P = \frac{eventos\ favoráveis}{total\ de\ eventos} = \frac{12}{25} = 48\%$$

Gabarito: C

10. (AOCP/2022 – Pref. Pinhais) Entre os servidores municipais de Pinhais, foi realizada uma pesquisa para saber o nível de escolaridade. A pergunta feita a 120 servidores foi: “Você possui Ensino Médio completo?” e 75 responderam “sim”. Qual é a probabilidade de escolher um servidor ao acaso e ele ter Ensino Médio completo, sabendo que participou da mencionada pesquisa?

a) 62,5%

b) 60%

c) 65%

d) 57,5%

e) 75%

Comentários:

A probabilidade de escolher um servidor com Ensino Médio completo é a razão entre o número de servidores que possuem Ensino Médio completo e o número total de servidores que participaram da pesquisa:

$$P = \frac{eventos\ favoráveis}{total\ de\ eventos} = \frac{75}{120} = 62{,}5\%$$

Gabarito: A

11. (OBJETIVA/2022 – Pref. Nova Hartz) Em uma urna, há 7 bolas azuis, 8 bolas amarelas, 6 bolas verdes e 9 bolas brancas. Sorteando-se, ao acaso, uma das bolas dessa urna, a probabilidade de, na primeira retirada, ela sair verde é de:

a) 1/6

b) 1/5

c) 1/4

d) 1/2

Comentários:

A probabilidade de retirar uma bola verde é a razão entre o número de bolas verdes e o número total de bolas. O enunciado informa que há 6 bolas verdes e o total de bolas é:

$$7 + 8 + 6 + 9 = 30$$

Logo, a probabilidade é:

$$P = \frac{eventos\ favoráveis}{total\ de\ eventos} = \frac{6}{30} = \frac{1}{5}$$

Gabarito: B

12. (IBADE/2022 – PM/PB) Um zoológico possui 102 espécies de mamíferos, 216 espécies de aves, 95 de répteis, 71 de anfíbios e 16 espécies de invertebrados, em recintos e terrários amplos e semelhantes ao habitat natural.

Escolhendo um animal ao acaso, qual a probabilidade dele ser um mamífero?

a) 25,5%

b) 20,4%

c) 32,4%

d) 41,3%

Comentários:

A probabilidade de escolher um mamífero é a razão entre o número de mamíferos e o número total de animais. O enunciado informa que há 102 mamíferos e o total de animais é:

$$102 + 216 + 95 + 71 + 16 = 500$$

Logo, a probabilidade é:

$$P = \frac{eventos\ favoráveis}{total\ de\ eventos} = \frac{102}{500} = 20{,}4\%$$

Gabarito: B

13. (FEPESE/2022 – FCEE) Uma pessoa recebe um carro de presente, porém a pintura do mesmo será escolhida aleatoriamente, e poderá ser de uma cor só ou de duas cores. As opções dentre as quais a(s) cor(es) da pintura será(ão) escolhida(s) são: verde, vermelha, azul, prata, branca e preta, bege e preta, amarela e preta. Logo, a probabilidade de a pintura escolhida incluir a cor preto é:

a) Maior que 48%

b) Maior que 45% e menor que 48%

c) Maior que 42% e menor que 45%

d) Maior que 39% e menor que 42%

e) Menor que 39%

Comentários:

A probabilidade de a pintura incluir preto é a razão entre o número de possibilidades com preto e o número total de possibilidades. O enunciado descreve 7 possibilidades, das quais 3 incluem preto, logo, a probabilidade é:

$$P = \frac{eventos\ favoráveis}{total\ de\ eventos} = \frac{3}{7} \cong 43\%$$

Que é maior que 42% e menor que 45%.

Gabarito: C

14. (IBFC/2022 – MGS) Carla deve escolher, aleatoriamente, entre 16 caixas numeradas de 1 a 16 uma caixa cujo número não seja maior que 13. Nessas condições, a probabilidade de Carla escolher a caixa correta é:

a) 1/4

b) 13/16

c) 3/16

d) 5/16

Comentários:

A probabilidade de escolher a caixa correta é a razão entre o número de caixas que não são maiores que 13, isto é, que são menores ou iguais a 13, e o número total de caixas, que é igual a 16:

$$P = \frac{eventos\ favoráveis}{total\ de\ eventos} = \frac{13}{16}$$

Gabarito: B

15. (PR4/2022 – UFRJ) Em todo início de semestre letivo, uma determinada unidade acadêmica da UFRJ promove um evento presencial de acolhimento dos ingressantes denominado "Recepção de Calouros". Na edição realizada na primeira semana de aula de 2022.1 – a primeira pós-período de suspensão das atividades acadêmicas presenciais em razão da pandemia –, essa unidade acadêmica resolveu contemplar, com um brinde de boas-vindas, um dos ingressantes em um de seus cursos de graduação.

Para tanto, logo na entrada do auditório onde foi realizado o evento, foram distribuídas 60 senhas individuais – exatamente a quantidade de ingressantes –, cada uma delas contendo um número inteiro de 1 a 60 sem repetição. Sabe-se que todos os ingressantes compareceram ao evento.

Ao sortear aleatoriamente uma dessas senhas, a probabilidade de ser sorteada uma senha contendo um número maior que 20 será:

a) 1/2

b) 3/2

c) 1/3

d) 2/3

e) 3/4

Comentários:

A probabilidade é a razão entre a quantidade de eventos favoráveis e o total de eventos possíveis:

$$P = \frac{eventos\ favoráveis}{total\ de\ eventos} = \frac{n(F)}{n(U)}$$

O enunciado informa que há um total de $n(U) = 60$ senhas, numeradas de 1 a 60.

O número de senhas maiores que 20 é dado pela diferença:

$$n(F) = 60 - 20 = 40$$

E a probabilidade é a razão:

$$P = \frac{40}{60} = \frac{2}{3}$$

Gabarito: D

16. (COMPERVE/2022 – UFRN) Em uma rede social, há 60 perfis de pessoas que se apresentam como profissional de Educação Física, porém somente 36 desses perfis são de profissionais registrados no Conselho Regional de Educação Física (CREF).

Se uma pessoa escolher, aleatoriamente, um desses 60 perfis para contratar como treinador pessoal, a probabilidade de ela escolher o perfil de uma pessoa não registrada no CREF é de

a) 40%

b) 20%

c) 50%

d) 30%

Comentários:

A probabilidade é a razão entre a quantidade de eventos favoráveis e o total de eventos possíveis:

$$P = \frac{eventos\ favoráveis}{total\ de\ eventos} = \frac{n(F)}{n(U)}$$

O enunciado informa que há um total de $n(U) = 60$ perfis, dos quais 36 são registrados. Logo, o número de pessoas não registradas é a diferença:

$$n(F) = 60 - 36 = 24$$

E a probabilidade é a razão:

$$P = \frac{24}{60} = 40\%$$

Gabarito: A

17. (FCM - CEFETMINAS/2022 – CM MDM) A superfície do planeta Terra tem cerca de 510.000.000km² de área, sendo que 361.000.000km² dessa superfície é coberta por oceanos. Dois amigos decidiram escolher o lugar de sua próxima viagem utilizando um globo terrestre com um mapa que representa o nosso planeta de forma proporcional. Para isso um deles irá rodar o globo e, com o olho fechado, colocar o dedo nele de forma aleatória, decidindo assim pelo local da viagem.Considerando-se as medidas de áreas apresentadas, a probabilidade de esse amigo acertar uma parte que não seja coberta por oceano é mais próxima de

a) 10%

b) 20%

c) 30%

d) 40%

Comentários:

A probabilidade desejada pode ser calculada pela razão entre a área que não é coberta por oceano e a área total da superfície do Planeta, que é $n(U) = 510$ milhões de km².

Sabendo que a área coberta por oceano é igual a 361 milhões de km², a área coberta por oceano é a diferença (em milhões de km²):

$$n(F) = 510 - 361 = 149$$

E a probabilidade é a razão:

$$P = \frac{149}{510} \cong 29\%$$

Que é aproximadamente igual a 30%.

Gabarito: C

18. (QUADRIX/2022 – CRN 4) Sendo $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 3 & 0 \\ 2 & 0 & 5 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 4 \\ 0 & 6 & 0 \\ 4 & 0 & 10 \end{pmatrix}$, julgue o item.

Sorteando-se um elemento de A ao acaso, a probabilidade de que o elemento seja nulo é maior que 45%.

Comentários:

Sabemos que a probabilidade é a razão entre a quantidade de eventos favoráveis e o total de eventos possíveis.

Na matriz A, há 4 elementos nulos e 9 elementos no total, então, a probabilidade é:

$$P = \frac{4}{9} \cong 0{,}444$$

Que é menor que 45%.

Gabarito: Errado

19. (FEPESE/2022 – CASAN) No lançamento de um dado de 6 faces, numeradas de 1 a 6, a probabilidade de ocorrer um número cujo quadrado é maior que 20 é:

a) Maior que 56%

b) Maior que 46% e menor que 56%

c) Maior que 36% e menor que 46%

d) Maior que 33% e menor que 36%

e) Menor que 33%

Comentários:

Os números cujos quadrados são maiores que 20 são 5 $(5^2 = 25)$ e 6 $(6^2 = 36)$. Logo, há 2 eventos favoráveis, de um total de 6 eventos possíveis, e a probabilidade é:

$$P = \frac{2}{6} \cong 0{,}333$$

Que é maior que 33% e menor que 36%.

Gabarito: D

20. (AOCP/2022 – PC/GO) Cada uma das sílabas da palavra PAPILOSCOPISTA foi escrita nas costas de um cartão, de modo que cada cartão tivesse exatamente uma das sílabas. Após escritas as sílabas e os cartões serem virados para baixo, estes foram embaralhados e permaneceram virados de forma que não fosse possível ver a sílaba escrita. Ao escolher um desses cartões, aleatoriamente, a probabilidade de esse cartão obedecer à proposição "O cartão tem a letra P ou o cartão não tem a letra A" é de

a) 1/6

b) 2/6

c) 3/6

d) 4/6

e) 5/6

Comentários:

As sílabas formadas são PA-PI-LOS-CO-PIS-TA. Dessas 6 sílabas, aquelas que têm P ou não têm A são todas, exceto a sílaba "TA", ou seja, 5 sílabas obedecem à proposição. Assim, a probabilidade é:

$$P = \frac{5}{6}$$

Gabarito: E

21. (PROGEP/2022 – FURG) Dados do último anuário da FURG mostram que a instituição conta, atualmente, com um total de 09 Casas do Estudante Universitário — CEUs em funcionamento, para atendimento aos estudantes de graduação e de pós-graduação em situação de vulnerabilidade socioeconômica. Ao todo, são oferecidas 457 vagas de moradia estudantil, sendo que 420 vagas são da FURG — Rio Grande e 37 são nos demais campi da FURG. Sabe-se que 320 estudantes das CEUs Rio Grande recebem algum tipo de bolsa acadêmica, já dos outros campi, 15 recebem bolsa acadêmica. Ao selecionar um estudante aleatoriamente que vive numa casa de estudante da FURG, qual é a probabilidade de este ser de outro campus e não receber bolsa acadêmica?

a) 22/37

b) 37/457

c) 22/457

d) 15/457

e) 15/37

Comentários:

O enunciado informa que, das 457 vagas, 420 são da FURG - Rio Grande e 37 são dos demais campi da FURG:

FURG - Rio Grande	420
FURG - demais campi	37

Ademais, 320 estudantes da FURG - Rio Grande recebem bolsa (logo, 100 não recebem); e 15 estudantes dos demais campi recebem bolsa (logo, 22 não recebem):

	Bolsa	Não bolsa	**Total**
FURG - Rio Grande	320	100	**420**
FURG - demais campi	15	22	**37**

Sabendo que há 457 alunos no total, sendo que 22 são de outro campus e não recebem bolsa, a probabilidade é:

$$P = \frac{eventos\ favoráveis}{total\ de\ eventos} = \frac{22}{457}$$

Gabarito: C

22. (ACESS/2022 – CM Arantina) Um curso preparatório tem 80 alunos matriculados.

- **25% dos alunos são do sexo masculino;**
- **Dentre as mulheres, apenas 30% querem prestar concursos militares;**
- **Entre os homens, 65% pretendem ingressar na carreira militar.**

Considere que um aluno desse curso é escolhido ao acaso. A probabilidade de ser um aluno que não pretende prestar concursos militares é de:

a) 31/60

b) 31/80

c) 49/60

d) 49/80

e) 21/60

Comentários:

Primeiro, vamos calcular o número de alunos em cada categoria, preenchendo a seguinte tabela.

	Militar	Não militar	**Totais**
Feminino			
Masculino			
Totais			**80**

O enunciado informa que 25% dos 80 alunos são do sexo masculino:

$$n(Mas) = 25\% \times 80 = 20$$

Logo, os outros 80 - 20 = 60 alunos são do sexo feminino.

	Militar	Não militar	**Totais**
Feminino			**60**
Masculino			**20**
Totais			**80**

O enunciado também informa que 30% das mulheres querem prestar concursos militares:

$$30\% \times 60 = 18$$

Logo, as outras 60 - 18 = 42 não querem prestar concursos militares:

	Militar	Não militar	**Totais**
Feminino	18	42	**60**
Masculino			**20**
Totais			**80**

Também sabemos que 65% dos homens querem prestar concursos militares:

$$65\% \times 20 = 13$$

Logo, os outros 20 - 13 = 7 não querem prestar concursos militares:

	Militar	Não militar	**Totais**
Feminino	18	42	**60**
Masculino	13	7	**20**
Totais	**51**	**49**	**80**

A probabilidade de selecionar um aluno que não queira prestar concurso militar é:

$$P(não\ militar) = \frac{n(não\ militar)}{n(total)} = \frac{49}{80}$$

Gabarito: D

23. (UNIFIL/2022 – Pref. Lidianópolis) Considerando que dois dados, não viciados, foram lançados ao mesmo tempo, assinale a alternativa que representa a probabilidade de dois números iguais ficarem voltados para cima.

a) 10,30%

b) 12,56%

c) 16,67%

d) 18,10%

Comentários:

Precisamos calcular a probabilidade de os dois dados indicarem o mesmo número. Para isso, podemos imaginar que um dos dados pode indicar qualquer número e o outro precisa indicar o mesmo número. Sabendo que há 6 possibilidades no total, a probabilidade de o dado indicar o mesmo número do outro é:

$$P = \frac{1}{6} \cong 0{,}1667$$

Gabarito: C

24. (Quadrix/2022 – CRC/PR) O cardápio de um restaurante apresenta quatro tipos de entrada, seis tipos de prato principal e três tipos de sobremesa. Para participar de determinada promoção nesse restaurante, cada cliente deverá escolher um item de cada uma dessas três categorias.

Com base nesse caso hipotético, julgue o item.

A probabilidade de um casal, que esteja participando dessa promoção, pedir exatamente os mesmos pratos é maior que 1,4%.

Comentários:

Para que o casal peça os mesmos pratos, um pode pedir qualquer prato enquanto o outro precisa escolher os mesmos pratos. Essa probabilidade é a razão entre o único evento favorável e o número total de maneiras de escolher o prato:

$$P = \frac{n(eventos\ favoráveis)}{n(total\ de\ eventos)} = \frac{1}{n(U)}$$

Sabendo que há 4 entradas, 6 pratos principais e 3 sobremesas, o número total de maneiras de escolher uma opção das três categorias é o produto (princípio multiplicativo):

$$n(U) = 4 \times 6 \times 3 = 72$$

E a probabilidade é:

$$P = \frac{1}{72} \cong 0{,}0139$$

Que é **menor** que 1,4% = 0,014.

Gabarito: Errado

25. (UNIFIL/2022 – Pref. Lidianópolis) Considerando que foi sorteado um número de 1 a 16, assinale a alternativa que representa a probabilidade de que esse número seja múltiplo de 2.

a) 40%

b) 50%

c) 60%

d) 70%

Comentários:

No intervalo entre 1 e 16, exatamente **metade** dos números são múltiplos de 2. Assim, a probabilidade de sortear um número múltiplo de 2 é de 50%:

$$P = \frac{8}{16} = 50\%$$

Gabarito: B

26. (QUADRIX/2022 – CRF/GO) Julgue o item.

Escolhendo-se ao acaso um número inteiro de 1 a 2.022, a probabilidade de o número escolhido ser múltiplo de 5 é maior que 20%.

Comentários:

Há um múltiplo de 5 a cada 5 números, ou seja, entre os números de 1 a 5, um deles é múltiplo de 5, qual seja, o último número. Essa proporção corresponde à seguinte probabilidade:

$$p = \frac{1}{5} = 20\%$$

Essa proporção será a mesma sempre que começarmos com o número 1 e terminarmos com um número múltiplo de 5. Assim, entre 1 e **2020**, os múltiplos de correspondem a 20% dos números.

No entanto, entre 1 e 2022, há **mais** números no total e a mesma quantidade de múltiplos de 5, quando comparado ao intervalo de 1 a 2020, logo, a probabilidade de escolher um número múltiplo de 5 é **menor** que 20%.

Gabarito: Errado

27. (QUADRIX/2022 – CRMV/MS) Um número é escolhido, aleatoriamente, entre 2.022 inteiros de 1 a 2.022. Com base nessa situação hipotética, julgue o item.

A probabilidade de o número escolhido ser múltiplo de 30 é igual a $\frac{69}{2.022}$.

Comentários:

Para responder a essa questão, vamos primeiro encontrar o maior múltiplo de 30 do intervalo, qual seja, 2010. Assim, a quantidade de múltiplos de 30 no intervalo entre 1 e 2010 é a razão:

$$n(30) = \frac{2010}{30} = 67$$

Entre 2010 e 2022, não há mais múltiplos de 30, ou seja, há 67 múltiplos de 30 no intervalo de 1 a 2022. Sabendo que há 2022 números no total, a probabilidade de escolher um múltiplo de 30 é a razão:

$$P = \frac{n(30)}{n(U)} = \frac{67}{2022}$$

Que é diferente da fração indicada no item.

Gabarito: Errado

28. (QUADRIX/2022 – CRMV/MS) Um número é escolhido, aleatoriamente, entre 2.022 inteiros de 1 a 2.022. Com base nessa situação hipotética, julgue o item.

A probabilidade de o número escolhido ser um quadrado perfeito é superior a 2%.

Comentários:

Para responder a essa questão, vamos primeiro encontrar o maior número que, elevado ao quadrado, está dentro do intervalo. Sabendo que $40^2 = 1600$ e $50^2 = 2500$, então o maior número está entre 40 e 50. Vamos testar com 45:

$$45^2 = 2025$$

Então, o maior número que, elevado ao quadrado, está dentro do intervalo é 44, pois $44^2 = 1936$. Assim, há 44 quadrados perfeitos no intervalo e 2022 números no total. Assim, a probabilidade de escolher um quadrado perfeito é a razão:

$$P = \frac{44}{2022} \cong 0{,}022$$

Que é superior a 2%.

Gabarito: Certo

29. (MAIS/2022 – Pref. São Paulo) Miguel está no final de uma partida de um jogo de tabuleiro e precisa que ao jogar dois dados não viciados (de 1 a 6) a soma de ambos seja exatamente igual a 8 para que ele ganhe o jogo.

Desse modo, assinale a alternativa que apresenta qual a probabilidade de Miguel conseguir que a soma seja 8 e ele ganhe o jogo.

a) 1/6

b) 11/36

c) 5/36

d) 2/9

e) 17/36

Comentários:

A probabilidade de Miguel ganhar jogo é a razão entre o número de maneiras de os dois dados somarem 8 e o número total de resultados possíveis para esses dois dados:

$$P = \frac{eventos\ favoráveis}{total\ de\ eventos} = \frac{n(F)}{n(U)}$$

Sabendo que há 6 faces em cada dado, o número total de resultados possíveis é o produto:

$$n(U) = 6 \times 6 = 36$$

Desses resultados, aqueles que somam 8 são {(2,6), (3,5), (4,4), (5,3), (6,2)}, ou seja, há $n(F) = 5$ eventos favoráveis.

A probabilidade é a razão entre esses resultados:

$$P = \frac{5}{36}$$

Gabarito: C

30. (IDECAN/2022 – AGRAER/MS) Ao se jogar dois dados convencionais, determine a probabilidade da soma dos resultados ser o número 7.

a) $P = \frac{1}{2}$

b) $P = \frac{1}{3}$

c) $P = \frac{1}{4}$

d) $P = \frac{1}{5}$

e) $P = \frac{1}{6}$

Comentários:

A probabilidade desejada é a razão entre o número de maneiras de os dois dados somarem 7 e o número total de resultados possíveis para esses dois dados:

$$P = \frac{eventos\ favoráveis}{total\ de\ eventos} = \frac{n(F)}{n(U)}$$

Sabemos que o número total de resultados possíveis é o produto $n(U) = 6 \times 6 = 36$. Desses resultados, aqueles que somam 7 são {(1,6), (2,5), (3,4), (4,3), (5,2), (6,1)}, ou seja, há $n(F) = 6$ eventos favoráveis.

A probabilidade é a razão entre esses resultados:

$$P = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$$

Gabarito: E

31. (FUNDATEC/2022 – Pref. Viamão) Dois dados são lançados simultaneamente. A probabilidade de a soma dos resultados ser estritamente menor que 4 é de:

a) 1/4

b) 1/12

c) 1/8

d) 1/6

e) 1/9

Comentários:

A probabilidade desejada é a razão entre a quantidade de maneiras de os dois dados somarem um número menor que 4 e o número total de resultados possíveis para esses dois dados:

$$P = \frac{eventos\ favoráveis}{total\ de\ eventos} = \frac{n(F)}{n(U)}$$

O número total de resultados possíveis é o produto $n(U) = 6 \times 6 = 36$.

Para que a soma seja menor que 4, é possível obter a soma igual a 2 {(1,1)} ou igual a 3 {(1,2),(2,1)}. Assim, há 3 possibilidades.

A probabilidade é a razão entre esses resultados:

$$P = \frac{3}{36} = \frac{1}{12}$$

Gabarito: B

32. (IBFC/2022 – EBSERH-UNIFAP) Marcos esqueceu sua senha de cartão de crédito formada por 3 dígitos numéricos sem repetição.

Nessas circunstâncias, e sabendo que o primeiro número da senha é igual a 5, a chance de Marcos acertar a senha numa única tentativa é:

a) menor que 1%

b) maior que 2%

c) entre 2,5% e 3%

d) entre 1,5% e 2%

e) entre 1% e 1,5%

Comentários:

A probabilidade de Marcos acertar a senha é a razão entre a quantidade de maneiras de formar a senha correta (casos favoráveis) e a quantidade total de maneiras de formar a senha (total de casos possíveis):

$$P = \frac{casos\ favoráveis}{total\ de\ casos} = \frac{n(F)}{n(U)}$$

Há uma única senha correta, logo há $n(F) = 1$ caso favorável.

Em relação ao total de casos possíveis, o enunciado informa que a senha é formada por 3 algarismos distintos, sendo o primeiro algarismo conhecido (5). Assim, restam 9 possibilidades para o segundo dígito e 8 possibilidades para o terceiro dígito.

Pelo princípio multiplicativo, o número de maneiras de formar a senha, nessas condições, é o produto:

$$n(U) = 9 \times 8 = 72$$

A probabilidade é a razão entre esses resultados:

$$P = \frac{1}{72} \cong 1{,}38\%$$

Que está entre 1% e 1,5%.

Gabarito: E

33. (FEPESE/2022 – FCEE) Uma comissão deve ser formada por um presidente e um vice-presidente a serem escolhidos, aleatoriamente, entre 4 homens e 6 mulheres. A probabilidade de a referida comissão ter uma mulher como presidente é:

a) Maior que 62%

b) Maior que 59% e menor que 62%

c) Maior que 56% e menor que 59%

d) Maior que 53% e menor que 56%

e) Menor que 53%

Comentários:

Precisamos calcular a probabilidade de a comissão ter uma mulher como presidente, pela razão entre o número de eventos favoráveis e o número total de eventos possíveis.

Para que a comissão tenha uma mulher como presidente, há 6 possibilidades para escolher a mulher presidente. Em seguida, restarão 9 pessoas e qualquer uma delas pode ser escolhida como vice-presidente. O número de eventos favoráveis é, portanto:

$$n(F) = 6 \times 9 = 54$$

Já, o número total de eventos possíveis corresponde ao número de maneiras de escolher 2 pessoas, dentre 10, para cargos distintos. Para isso, vamos utilizar o arranjo:

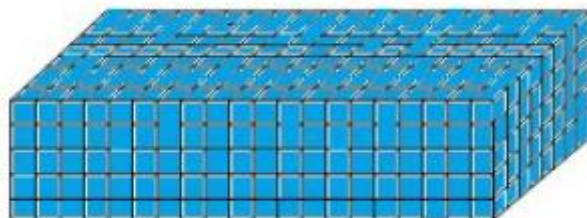
$$n(U) = A_{10,2} = \frac{10!}{(10-2)!} = \frac{10 \times 9 \times 8!}{8!} = 90$$

E a probabilidade é a razão entre esses resultados:

$$P = \frac{eventos\ favoráveis}{total\ de\ eventos} = \frac{54}{90} = \frac{6}{10} = 60\%$$

Que é maior que 59% e menor que 62%.

Gabarito: B

34. (NUCEPE/2022 – PM/PI) Um paralelepípedo, com dimensões 20cm x 8cm x 5cm, foi pintado externamente de azul e, em seguida, dividido, com cortes paralelos aos lados, em cubinhos de 1 cm de aresta, conforme a figura abaixo. Escolhido, ao acaso, um desses cubinhos, qual a probabilidade de nenhuma de suas faces ser pintada de azul?

a) $\frac{27}{100}$

b) $\frac{79}{200}$

c) $\frac{81}{200}$

d) $\frac{17}{40}$

e) $\frac{81}{400}$

Comentários:

Precisamos calcular a razão entre o número de cubinhos sem qualquer face pintada e o número total de cubinhos.

Sabendo que as dimensões do paralelepípedo são 20 cm x 8 cm x 5 cm e que cada cubinho possui arestas de 1 cm, então o número total de cubinhos é o produto:

$$n(U) = 20 \times 8 \times 5 = 800$$

Para calcular o número de cubinhos sem qualquer face pintada, é necessário retirar uma fileira de cubinhos de cada lado em cada uma das dimensões. Assim, esses cubinhos correspondem ao seguinte produto:

$$n(F) = 18 \times 6 \times 3 = 324$$

E a probabilidade desejada é a razão:

$$P = \frac{324}{800} = \frac{81}{200}$$

Gabarito: C

35. (IBFC/2022 – MGS) Ana esqueceu o segredo do cofre de quatro dígitos e só sabe que ele é formado pelas letras A, B, C e D, sem repetição. Assinale a alternativa que apresenta a probabilidade de Ana acertar o segredo numa única tentativa.

a) 1/12

b) 1/40

c) 1/64

d) 1/24

Comentários:

O enunciado informa que a senha de 4 dígitos é formada pelas 4 letras sem repetição. Assim, o total senhas possíveis corresponde à permutação dessas 4 letras:

$$P_4 = 4! = 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$$

Como há uma única senha correta, a probabilidade de acertá-la é a razão:

$$P = \frac{1}{24}$$

Gabarito: D

36. (FUNDEP/2022 – Pref. Mariana) Um casal e mais seis amigos contrataram um carro com motorista para que pudessem fazer um tour pelo interior de uma cidade. No carro contratado, haviam três bancos, com três lugares cada, sendo que um dos bancos tinha uma de suas extremidades ocupada pelo lugar fixo do motorista do carro.

Se o casal e os seis amigos entraram no carro e ocuparam um lugar em cada banco, a probabilidade de que o casal se sente lado a lado é igual a

a) 1/8

b) 5/56

c) 5/28

d) 1/28

Comentários:

A probabilidade de o casal se sentar lado a lado é a razão entre o número de maneiras de isso ocorrer (eventos favoráveis) e o número total de maneiras de 8 pessoas se sentarem nos 8 lugares disponíveis (total de casos possíveis):

$$P = \frac{casos\ favoráveis}{casos\ totais} = \frac{n(F)}{n(U)}$$

Em relação ao total de casos possíveis, o número de maneiras de 8 pessoas se sentarem em 8 lugares corresponde à permutação de 8 elementos:

$$n(U) = P_8 = 8!$$

Em relação aos casos favoráveis, sabemos que há 3 bancos de 3 lugares, sendo que um dos lugares é ocupado pelo motorista. Pensando no casal como elemento único, incialmente, há 1 possibilidade de o casal se acomodar no banco com o motorista e 2 possibilidades para o casal se acomodar em cada um dos dois outros bancos (ocupando a janela à direita ou à esquerda). Assim, há **5** possibilidades para o casal se acomodar, considerando-o como elemento único.

Para cada uma dessas possibilidades, há **2** maneiras de o casal se organizar entre si (mulher à direita e homem à esquerda, ou o contrário). Pelo princípio multiplicativo, o número de maneiras de o homem e a mulher do casal se acomodarem é o produto:

$$2 \times 5 = 10$$

Para cada uma dessas possibilidades, os 6 amigos podem se sentar em quaisquer dos 6 lugares disponíveis, o que corresponde à permutação de 6 elementos:

$$P_6 = 6!$$

Pelo princípio multiplicativo, o número de casos favoráveis é o produto:

$$n(A) = 10 \times 6!$$

E a probabilidade é a razão entre esses resultados:

$$P = \frac{10 \times 6!}{8!} = \frac{10 \times 6!}{8 \times 7 \times 6!} = \frac{5}{4 \times 7} = \frac{5}{28}$$

Gabarito: C

37. (AOCP/2022 – PC/GO) Todos os anagramas da palavra AGENTE e todos os anagramas da palavra POLICIA (sem acento) foram embaralhados e escritos em uma mesma lista. Ao escolhermos um desses anagramas, aleatoriamente, a probabilidade de ser um anagrama da palavra AGENTE está entre

a) 0% e 20%

b) 21% e 40%

c) 41% e 60%

d) 61% e 80%

e) 81% e 100%

Comentários:

A probabilidade de selecionar um anagrama da palavra AGENTE é a razão entre a quantidade de anagramas dessa palavra (casos favoráveis) e a quantidade de anagramas das duas palavras (total de casos possíveis).

$$P = \frac{casos\ favoráveis}{casos\ totais} = \frac{n(F)}{n(U)}$$

Em relação aos casos favoráveis, a palavra AGENTE possui 6 letras, das quais 2 são repetidas (E). Assim, o número de anagramas dessa palavra corresponde à permutação de 6 elementos, com repetição de 2:

$$n(F) = P_6^2 = \frac{6!}{2!} = \frac{6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1}{2} = 6 \times 5 \times 4 \times 3 = 360$$

Já, a palavra POLICIA possui 7 letras, das quais 2 são repetidas (I). Assim, o número de anagramas dessa palavra corresponde à permutação de 7 elementos, com repetição de 2:

$$P_7^2 = \frac{7!}{2!} = \frac{7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1}{2} = 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 = 2520$$

Assim, o total de casos possíveis corresponde à soma de todos esses anagramas:

$$n(U) = 360 + 2520 = 2880$$

E a probabilidade é a razão entre os resultados:

$$P = \frac{360}{2880} = \frac{1}{8} = 12{,}5\%$$

Que está entre 0% e 20%.

Gabarito: A

38. (Quadrix/2022 – CRO/ES) Julgue o item.

Selecionando-se um anagrama da palavra SISOS ao acaso, a probabilidade de ele começar com a letra S é de 60%.

Comentários:

A probabilidade de um anagrama começar com a letra S é dada pela razão entre a quantidade desses anagramas e a quantidade total de anagramas possíveis.

$$P = \frac{casos\ favoráveis}{casos\ totais} = \frac{n(F)}{n(U)}$$

A palavra SISOS apresenta 5 letras, com repetição de 3 S´s. Assim, o número total de anagramas corresponde à permutação de 5, com repetição de 3:

$$n(U) = P_5^3 = \frac{5!}{3!} = \frac{5 \times 4 \times 3!}{3!} = 20$$

Fixando a letra S no início, temos uma permutação das outras 4 letras, das quais 2 são repetidas (S´s):

$$n(F) = P_4^2 = \frac{4!}{2!} = \frac{4 \times 3 \times 2!}{2!} = 12$$

E a probabilidade desejada é a razão:

$$P = \frac{12}{20} = 60\%$$

Gabarito: Certo

39. (Legalle/2022 – Pref. Hulha Negra) Com relação à palavra CÂMARA, ao sortear-se aleatoriamente um anagrama formado por essa palavra, a probabilidade desse anagrama começar pela letra A é igual a:

a) 33,33...%

b) 50%

c) 66,66...%

d) 75%

e) Nenhuma das alternativas anteriores está correta

Comentários:

A probabilidade de um anagrama começar com a letra A é a razão entre a quantidade desses anagramas e a quantidade total de anagramas possíveis.

$$P = \frac{casos\ favoráveis}{casos\ totais} = \frac{n(F)}{n(U)}$$

A palavra CAMARA possui 6 letras, com repetição de 3 A´s. Assim, o número total de anagramas corresponde à permutação de 6, com repetição de 3:

$$n(U) = P_6^3 = \frac{6!}{3!} = \frac{6 \times 5 \times 4 \times 3!}{3!} = 120$$

Fixando a letra A no início, temos uma permutação das outras 5 letras, das quais 2 são repetidas (S´s):

$$n(F) = P_5^2 = \frac{5!}{2!} = \frac{5 \times 4 \times 3 \times 2!}{2!} = 60$$

E a probabilidade desejada é a razão:

$$P = \frac{60}{120} = 50\%$$

Gabarito: B

40. (IADES/2022 – ADASA) Suponha que cinco membros da Diretoria Colegiada da Adasa participem da International Conference on Water and Sustainability. Para a sessão plenária da conferência, foram reservados cinco lugares contíguos para os representantes da Adasa. Durante a plenária, foi realizado um intervalo de 15 minutos e, neste momento, os cinco membros se levantaram. Findo o intervalo, eles retornaram para os locais reservados. Qual é a probabilidade de que apenas dois deles sentem nos seus lugares originais, ou seja, naqueles que ocupavam antes do intervalo?

a) 1/2

b) 1/3

c) 2/5

d) 1/4

e) 1/6

Comentários:

O enunciado informa que 5 pessoas vão retornar a 5 lugares. A probabilidade de apenas 2 se sentarem nos seus lugares originais é a razão entre o número de maneiras de isso ocorrer (casos favoráveis) e o número total de maneiras de 5 pessoas se sentarem em 5 lugares (total de casos possíveis):

$$P = \frac{casos\ favoráveis}{casos\ totais} = \frac{n(F)}{n(U)}$$

Em relação ao total de casos possíveis, o número de maneiras de 5 pessoas se sentarem em 5 lugares corresponde à permutação de 5 elementos:

$$n(U) = P_5 = 5! = 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$$

Em relação aos casos favoráveis, primeiro precisamos escolher **quais** serão as 2 pessoas, dentre as 5, que irão retornar aos seus lugares originais. Considerando que a ordem dessa escolha não importa, temos a combinação de 5 escolhe 2:

$$C_{5,2} = \frac{5!}{(5-2)! \times 2!} = \frac{5 \times 4 \times 3!}{3! \times 2} = 5 \times 2 = 10$$

Após a escolha dessas pessoas, precisamos do número de maneiras de sentar 3 pessoas, de modo que nenhuma retorne ao seu lugar original (o que chamamos de **permutação caótica** ou **desarranjo**).

Vamos supor que A, B e C representem as três pessoas e que inicialmente elas estão sentadas na ordem ABC. As possibilidades de ordenar esses três elementos, de modo que nenhum esteja em seu lugar original são BCA e CAB, ou seja, há 2 maneiras. Pelo princípio multiplicativo, o número de eventos favoráveis é o produto:

$$n(F) = 10 \times 2 = 20$$

E a probabilidade é a razão entre os resultados:

$$P = \frac{20}{120} = \frac{1}{6}$$

Gabarito: E

41. (Access/2022 – CM Rio Acima) No armário de um escritório há oito processos empilhados, sendo dois deles referentes a desvio de verba pública. Um advogado pretende analisar esses dois processos. Ele irá fazer a retirada de dois processos, um após o outro, sem ler a capa, para analisar a sua sorte. Neste caso, a probabilidade de o advogado retirar os processos de desvio de verba é de

a) 2/11

b) 1/14

c) 1/28

d) 1/4

Comentários:

O enunciado informa que serão selecionados 2 processos, dentre 8, dos quais 2 são aqueles que o advogado pretende analisar. A probabilidade de ele retirar esses 2 processos é a razão entre o número de maneiras de isso ocorrer (casos favoráveis) e o número total de maneiras de selecionar 2 processos quaisquer, dentre 8 (total de casos possíveis).

$$P = \frac{casos\ favoráveis}{casos\ totais} = \frac{n(F)}{n(U)}$$

Em relação aos casos favoráveis, há uma única maneira de selecionar os 2 processos que o advogado pretende analisar, logo $n(F) = 1$.

Em relação ao total de casos possíveis, o número de maneiras de selecionar 2 processos quaisquer, dentre 8, considerando que a ordem não importa, é a combinação de 8 escolhe 2:

$$n(U) = C_{8,2} = \frac{8!}{(8-2)! \times 2!} = \frac{8 \times 7 \times 6!}{6! \times 2} = 4 \times 7 = 28$$

E a probabilidade é a razão entre essas possibilidades:

$$P = \frac{1}{28}$$

Gabarito: C

42. (AOCP/2022 – PC/GO) Considere as letras da palavra ESCRIVAO e todos os “N” conjuntos formados por 4 dessas letras. Cada um desses “N” conjuntos é escrito em um pedaço de papel, de modo que cada conjunto esteja em um papel. Se esses “N” papéis forem colocados em uma urna e embaralhados, então a probabilidade de se sortear um papel cujo conjunto escrito só tem vogais é igual a

a) 1/1680

b) 1/420

c) 1/300

d) 1/210

e) 1/70

Comentários:

O enunciado informa que todos os conjuntos de 4 letras da palavra ESCRIVAO são escritos em pedaços distintos de papel e pede a probabilidade de selecionar um papel que contenha apenas vogais. Essa probabilidade é a razão entre o número de conjuntos de 4 letras que contêm apenas vogais (casos favoráveis) e o número total de conjuntos de 4 letras (total de casos possíveis).

$$P = \frac{casos\ favoráveis}{casos\ totais} = \frac{n(F)}{n(U)}$$

Em relação aos casos favoráveis, considerando que há apenas 4 vogais na palavra ESCRIVAO, há um único conjunto de 4 letras formado somente por vogais, logo $n(F) = 1$.

Em relação ao total de casos possíveis, o número de conjuntos de 4 letras que podem ser formados com as 8 letras da palavra ESCRIVAO corresponde à combinação de 8 escolhe 4:

$$n(U) = C_{8,4} = \frac{8!}{(8-4)! \times 4!} = \frac{8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4!}{4! \times 4!} = \frac{8 \times 7 \times 6 \times 5}{4 \times 3 \times 2} = 7 \times 2 \times 5 = 70$$

E a probabilidade é a razão entre essas possibilidades:

$$P = \frac{1}{70}$$

Gabarito: E

43. (IBFC/2022 – CBM/AC) Numa caixa há seis bolas numeradas de 1 a 6. Considere todas as bolas iguais em tamanho, cor e densidade. O que as difere são apenas os números. Retiram-se duas bolas ao acaso desta caixa simultaneamente.

Assinale a alternativa que apresenta qual a probabilidade de retirar essas duas bolas com números cuja soma deles seja um resultado múltiplo de 3.

a) 1/3

b) 1/5

c) 2/3

d) 4/5

Comentários:

O enunciado informa que serão retiradas 2 bolas, dentre 6 (numeradas de 1 a 6), e pede a probabilidade de a soma ser múltiplo de 3. Essa probabilidade é a razão entre os eventos favoráveis e o total de eventos possíveis:

$$P = \frac{casos\ favoráveis}{casos\ totais} = \frac{n(F)}{n(U)}$$

O total de eventos possíveis corresponde ao número de maneiras de retirar 2 bolas quaisquer, dentre 6. Considerando que a ordem não importa, temos a combinação de 6 escolhe 2:

$$n(U) = C_{6,2} = \frac{6!}{(6-2)! \times 2!} = \frac{6 \times 5 \times 4!}{4! \times 2} = 3 \times 5 = 15$$

Dentre os resultados favoráveis, temos os múltiplos de 3 (bolas 1 e 2); os múltiplos de 6 (bolas 1 e 5 OU bolas 2 e 4); e os múltiplos de 9 (bolas 3 e 6 OU bolas 4 e 5). Assim, há **5** eventos favoráveis, considerando que a ordem não importa.

E a probabilidade é a razão entre essas possibilidades:

$$P = \frac{5}{15} = \frac{1}{3}$$

Gabarito: A

44. (FEPESE/2022 – PCien/SC) Uma urna contém 6 bolas verdes e 4 bolas vermelhas. Retirando-se duas bolas ao acaso, simultaneamente, a probabilidade de que as bolas sejam de cores diferentes é

a) Maior que 57,5%

b) Maior que 55% e menor que 57,5%

c) Maior que 52,5% e menor que 55%

d) Maior que 50% e menor que 52,5%

e) Menor que 50%

Comentários:

O enunciado informa que serão retiradas simultaneamente 2 bolas, dentre 10, dos quais 6 são verdes e 4 são vermelhas. A probabilidade de selecionar uma bola de cada cor é a razão entre o número de maneiras de selecionar uma bola verde e uma bola vermelha (eventos favoráveis), e o número total de maneiras de selecionar quaisquer 2 bolas, dentre todas as 10.

$$P = \frac{casos\ favoráveis}{casos\ totais} = \frac{n(F)}{n(U)}$$

Em relação aos casos favoráveis, há 6 possibilidades de retirar uma bola verde e 5 possibilidades de retirar uma bola vermelha. Pelo princípio multiplicativo, o número de maneiras de retirar uma bola verde E uma vermelha é o produto:

$$n(F) = 6 \times 4 = 24$$

Em relação ao total de casos possíveis, temos a combinação de 10 escolhe 2:

$$n(U) = C_{10,2} = \frac{10!}{(10-2)! \times 2!} = \frac{10 \times 9 \times 8!}{8! \times 2} = 5 \times 9 = 45$$

E a probabilidade é a razão entre essas possibilidades:

$$P = \frac{24}{45} \cong 53{,}3\%$$

Que é maior que 52,5% e menor que 55%.

Gabarito: C

45. (FEPESE/2022 – CELESC) Uma lanchonete coloca 20 calzones em uma vitrine em promoção, sendo que destes 5 são de frango e os outros não são de frango. Ao escolher 4 calzones ao acaso da referida vitrine, a probabilidade de nenhum dos calzones escolhidos ser de frango é:

a) Maior que 33%

b) Maior que 30% e menor que 33%

c) Maior que 27% e menor que 30%

d) Maior que 24% e menor que 27%

e) Menor que 24%

Comentários:

O enunciado informa que serão selecionados 4 calzones, dentre 20, dos quais 5 são de frango e, portanto, 15 não são de frango. A probabilidade de todos os calzones selecionados não serem de frango é a razão entre o número de maneiras de selecionar 4 calzones, dentre os 15 que não são de frango (eventos favoráveis), e o número total de maneiras de selecionar quaisquer 4 calzones, dentre todos os 20. Como a ordem não importa, utilizamos a combinação:

$$P = \frac{casos\ favoráveis}{casos\ totais} = \frac{C_{15,4}}{C_{20,4}}$$

Em relação aos casos favoráveis, a combinação de 15 escolhe 4 é:

$$C_{15,4} = \frac{15!}{(15-4)! \times 4!} = \frac{15 \times 14 \times 13 \times 12 \times 11!}{11! \times 4!} = \frac{15 \times 14 \times 13 \times 12}{4 \times 3 \times 2} = 15 \times 7 \times 13$$

Em relação ao total de casos possíveis, a combinação de 20 escolhe 4 é:

$$C_{20,4} = \frac{20!}{(20-4)! \times 4!} = \frac{20 \times 19 \times 18 \times 17 \times 16!}{16! \times 4!} = \frac{20 \times 19 \times 18 \times 17}{4 \times 3 \times 2} = 5 \times 19 \times 3 \times 17$$

E a probabilidade é a razão entre essas possibilidades:

$$P = \frac{15 \times 7 \times 13}{5 \times 19 \times 3 \times 17} = \frac{7 \times 13}{19 \times 17} = \frac{91}{323} \cong 28{,}2\%$$

Que é maior que 27% e menor que 30%.

Gabarito: C

46. (Consulplan/2022 – CM Barbacena) No setor de logística de uma determinada empresa, há 7 profissionais trabalhando. Sabe-se que 2 dos funcionários são homens. Um grupo com 4 profissionais desse setor deve ser escolhido para discutir sobre um novo projeto. Qual a probabilidade de que o grupo formado possua apenas trabalhadores do sexo feminino?

a) 1/7

b) 2/7

c) 4/21

d) 6/21

Comentários:

O enunciado informa que serão selecionados 4 profissionais, dentre 7, dos quais 2 são homens e, portanto, 5 são mulheres.

A probabilidade de todos os profissionais selecionados serem mulheres é a razão entre o número de maneiras de selecionar 4 pessoas, dentre as 5 mulheres (eventos favoráveis), e o número total de maneiras de selecionar quaisquer 4 pessoas, dentre todas as 7. Considerando que a ordem da escolha não importa, utilizamos a combinação:

$$P = \frac{casos\ favoráveis}{casos\ totais} = \frac{C_{5,4}}{C_{7,4}}$$

Em relação aos casos favoráveis, a combinação de 5 escolhe 4 é:

$$C_{5,4} = \frac{5!}{(5-4)! \times 4!} = \frac{5 \times 4!}{1! \times 4!} = 5$$

Em relação ao total de casos possíveis, a combinação de 7 escolhe 4 é:

$$C_{7,4} = \frac{7!}{(7-4)! \times 4!} = \frac{7 \times 6 \times 5 \times 4!}{3! \times 4!} = \frac{7 \times 6 \times 5}{3 \times 2} = 7 \times 5 = 35$$

E a probabilidade é a razão entre essas possibilidades:

$$P = \frac{5}{35} = \frac{1}{7}$$

Gabarito: A

47. (Quadrix/2022 – CRBM) De um grupo de 6 homens e 6 mulheres, entre eles Anderson e Bárbara, deseja-se formar uma comissão de 4 pessoas. Com base nessa situação hipotética, julgue o item.

Se a comissão deve ser formada apenas por mulheres, a probabilidade de que Bárbara a integre é superior a 65%.

Comentários:

O enunciado informa que serão selecionadas 4 mulheres, dentre 6. A probabilidade de Bárbara ser escolhido é a razão entre o número de maneiras de isso ocorrer (casos favoráveis) e o número total de maneiras de escolher quaisquer 4 mulheres, dentre 6.

$$P = \frac{casos\ favoráveis}{casos\ totais} = \frac{n(F)}{n(U)}$$

Em relação ao total de casos possíveis, o número de maneiras de escolher 4 mulheres, dentre 6, sabendo que a ordem da escolha não importa, corresponde à combinação de 6 escolhe 4:

$$n(U) = C_{6,4} = \frac{6!}{(6-4)! \times 4!} = \frac{6 \times 5 \times 4!}{2! \times 4!} = 3 \times 5 = 15$$

Em relação aos casos favoráveis, para que Bárbara seja escolhida, é necessário escolher outras 3 mulheres para a comissão, dentre as 5 mulheres disponíveis, o que corresponde à combinação de 5 escolhe 3:

$$n(F) = C_{5,3} = \frac{5!}{(5-3)! \times 3!} = \frac{5 \times 4 \times 3!}{2! \times 3!} = 5 \times 2 = 10$$

E a probabilidade é a razão entre essas possibilidades:

$$P = \frac{10}{15} = \frac{2}{3} \cong 66{,}67\%$$

Que é superior a 65%.

Gabarito: Certo

48. (Quadrix/2022 – CFFa) A fim de montar uma equipe para cuidar de um novo investimento de sua empresa, Gabriel precisa montar uma equipe de três funcionários. Ele dispõe de 18 funcionários diferentes para escolha, sendo oito desses funcionários graduados e dez não graduados. Com base nessa situação hipotética, julgue o item.

Se Gabriel escolher aleatoriamente os funcionários e todos eles tiverem igual probabilidade de serem selecionados, a probabilidade de a equipe ser montada apenas com graduados será maior que 7%.

Comentários:

O enunciado informa que serão selecionados 3 funcionários, dentre 18, dos quais 8 são graduados.

A probabilidade de todos os funcionários selecionados serem graduados é a razão entre o número de maneiras de selecionar 3 funcionários, dentre os 8 graduados (eventos favoráveis), e o número total de maneiras de selecionar quaisquer 3 funcionários, dentre todos os 18. Considerando que a ordem da escolha não importa, utilizamos a combinação:

$$P = \frac{casos\ favoráveis}{casos\ totais} = \frac{C_{8,3}}{C_{18,3}}$$

Em relação aos casos favoráveis, a combinação de 8 escolhe 3 é:

$$C_{8,3} = \frac{8!}{(8-3)! \times 3!} = \frac{8 \times 7 \times 6 \times 5!}{5! \times 3!} = \frac{8 \times 7 \times 6}{3 \times 2} = 8 \times 7$$

Em relação ao total de casos possíveis, a combinação de 18 escolhe 3 é:

$$C_{18,3} = \frac{18!}{(18-3)! \times 3!} = \frac{18 \times 17 \times 16 \times 15!}{15! \times 3!} = \frac{18 \times 17 \times 16}{3 \times 2} = 3 \times 17 \times 16$$

E a probabilidade é a razão entre essas possibilidades:

$$P = \frac{8 \times 7}{3 \times 17 \times 16} = \frac{7}{3 \times 17 \times 2} = \frac{7}{102}$$

Que é **menor** que $\frac{7}{100} = 7\%$.

Gabarito: Errado

49. (Fundação La Salle/2022 – São Leopoldo) Em uma loja de esportes, das 20 bolas de basquete disponíveis para a venda, 2 estão furadas. Se um cliente escolher 3 bolas de basquete ao acaso, qual a probabilidade de nenhuma estar furada?

a) 18/95

b) 18/20

c) 68/95

d) 68/20

e) 17/18

Comentários:

O enunciado informa que serão selecionadas 3 bolas, dentre 20, das quais 2 estão furadas e, portanto, 18 não estão.

A probabilidade de todas as bolas selecionadas não estarem furadas é a razão entre o número de maneiras de selecionar 3 bolas, dentre as 18 não furadas (eventos favoráveis), e o número total de maneiras de selecionar quaisquer 3 bolas, dentre todas as 20. Considerando que a ordem da escolha não importa, utilizamos a combinação:

$$P = \frac{casos\ favoráveis}{casos\ totais} = \frac{C_{18,3}}{C_{20,3}}$$

Em relação aos casos favoráveis, a combinação de 18 escolhe 3 é:

$$C_{18,3} = \frac{18!}{(18-3)! \times 3!} = \frac{18 \times 17 \times 16 \times 15!}{15! \times 3!} = \frac{18 \times 17 \times 16}{3 \times 2} = 3 \times 17 \times 16$$

Em relação ao total de casos possíveis, a combinação de 20 escolhe 3 é:

$$C_{20,3} = \frac{20!}{(20-3)! \times 3!} = \frac{20 \times 19 \times 18 \times 17!}{17! \times 3!} = \frac{20 \times 19 \times 18}{3 \times 2} = 20 \times 19 \times 3$$

E a probabilidade é a razão entre essas possibilidades:

$$P = \frac{3 \times 17 \times 16}{20 \times 19 \times 3} = \frac{17 \times 4}{5 \times 19} = \frac{68}{95}$$

Gabarito: C

50. (SELECON/2022 – AMAZUL) Uma gaveta contém 5 bolas numeradas de 1 a 5. Retiram-se, ao acaso e simultaneamente, três dessas bolas e os números obtidos são p, q e r. A probabilidade de que a soma (p + q + r) seja um número par é igual a:

a) 3/10

b) 1/2

c) 3/5

d) 1/4

Comentários:

O enunciado informa que há 5 bolas numeradas de 1 a 5, das quais 3 serão retiradas simultaneamente, e pede a probabilidade de a soma ser par. A probabilidade é calculada pela razão entre os casos favoráveis e o total de casos possíveis.

$$P = \frac{casos\ favoráveis}{casos\ totais} = \frac{n(F)}{n(U)}$$

O total de casos possíveis corresponde às maneiras de selecionar 3 bolas, dentre 5. Como a ordem não importa, temos a combinação de 5 escolhe 3:

$$n(U) = C_{5,3} = \frac{5!}{(5-3)! \times 3!} = \frac{5 \times 4 \times 3!}{2! \times 3!} = 5 \times 2 = 10$$

Os casos favoráveis correspondem às maneiras de retirar 3 bolas cuja soma seja par. Como há apenas 2 bolas pares, não sendo possível a retirada de 3 bolas pares, então, para que a soma seja par, é necessário retirar 2 bolas ímpares e 1 bola par.

Sabendo que há 2 bolas pares, há **2** maneiras de retirar uma bola par. Considerando que há 3 bolas ímpares, o número de maneiras de retirar 2 bolas ímpares é a combinação de 3 escolhe 2:

$$C_{3,2} = \frac{3!}{(3-2)! \times 2!} = \frac{3 \times 2!}{1! \times 2!} = 3$$

Pelo princípio multiplicativo, o número de eventos favoráveis é o produto:

$$n(A) = 2 \times 3 = 6$$

E a probabilidade é a razão entre essas possibilidades:

$$P = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$$

Gabarito: C

51. (SELECON/2022 – Pref. São Gonçalo) Uma pessoa comprou uma caixa com 10 garrafas de vinho, sendo 4 portugueses e 6 argentinos. Retirando-se ao acaso duas garrafas dessa caixa, a probabilidade de ambas serem de vinhos portugueses é igual a 4/n.

O valor de n é igual a:

a) 10

b) 15

c) 20

d) 30

Comentários:

A probabilidade de retirar 2 garrafas de vinho português é a razão entre o número de maneiras de retirar 2 garrafas de vinho, dentre os portugueses (eventos favoráveis), e o número de maneiras de retirar quaisquer 2 garrafas de vinho (eventos possíveis):

$$P = \frac{casos\ favoráveis}{casos\ totais} = \frac{n(F)}{n(U)}$$

Em relação ao total de eventos possíveis, sabendo que há 10 garrafas de vinho no total, o número de maneiras de selecionar quaisquer 2 garrafas corresponde à combinação de 10 escolhe 2:

$$n(U) = C_{10,2} = \frac{10!}{(10-2)! \times 2!} = \frac{10 \times 9 \times 8!}{8! \times 2} = 5 \times 9 = 45$$

Em relação aos eventos favoráveis, sabendo que há 4 garrafas de vinho português, o número de maneiras de selecionar 2 garrafas corresponde à combinação de 4 escolhe 2:

$$C_{4,2} = \frac{4!}{(4-2)! \times 2!} = \frac{4 \times 3 \times 2!}{2! \times 2} = 2 \times 3 = 6$$

E a probabilidade é a razão entre essas possibilidades:

$$P = \frac{6}{45} = \frac{2}{15}$$

Como a questão pede o denominador da fração, cujo numerador é 4, precisamos multiplicar o numerador e denominador da fração simplificada por 2:

$$P = \frac{4}{30}$$

Assim, o denominador é n = 30.

Gabarito: D

52. (Quadrix/2022 – CRO/ES) As irmãs Bianca e Sofia estão jogando um jogo de cartas com um baralho que possui dez cartas, no total. Conforme as regras desse jogo, deve-se tirar três cartas desse baralho, memorizá-las e devolvê-las ao baralho, embaralhando-o. Em seguida, deve-se escolher três novas cartas e anotar o número de cartas que vierem repetidas nesse grupo. Então, embaralha-se novamente o baralho, e a outra irmã repete o mesmo processo. Quem tiver mais cartas repetidas vence o jogo. Se as duas irmãs tirarem o mesmo número de cartas repetidas, o jogo termina empatado.

Com base nessa situação hipotética, julgue o item.

A chance de se tirar exatamente uma carta repetida é menor que 50%.

Comentários:

A probabilidade de tirar exatamente uma carta repetida é a razão entre o número de eventos favoráveis e o número total de eventos possíveis:

$$P = \frac{casos\ favoráveis}{casos\ totais} = \frac{n(F)}{n(U)}$$

O número total de eventos possíveis corresponde ao número de maneiras de retirar quaisquer 3 cartas, de um baralho com 10 cartas. Considerando que a ordem não importa, temos a combinação de 10 escolhe 3:

$$n(U) = C_{10,3} = \frac{10!}{(10-3)! \times 3!} = \frac{10 \times 9 \times 8 \times 7!}{7! \times 3!} = \frac{10 \times 9 \times 8}{3 \times 2} = 10 \times 3 \times 4 = 120$$

Agora, precisamos calcular o número de maneiras de selecionar exatamente uma carta repetida. Primeiro, escolhemos qual das 3 cartas retiradas da primeira vez será repetida na segunda vez - há **3** possibilidades.

Em cada caso, será necessário retirar a carta escolhida e duas outras cartas diferentes, ou seja, 2 cartas dentre as outras 7 que não foram selecionadas na primeira vez. Assim, temos a combinação de 7 escolhe 2:

$$C_{7,2} = \frac{7!}{(7-2)! \times 2!} = \frac{7 \times 6 \times 5!}{5! \times 2} = 7 \times 3 = 21$$

Pelo princípio multiplicativo, o número de maneiras de selecionar uma carta repetida é o produto:

$$n(F) = 3 \times 21 = 63$$

E a probabilidade é a razão entre essas possibilidades:

$$P = \frac{63}{120} = 0{,}525$$

Que é **maior** que 50%.

Gabarito: Errado

53. (SELECON/2022 – CM São Gonçalo) Em um isopor, há 10 frascos de uma determinada vacina A e 40 de uma vacina B.

Se dois frascos são retirados ao acaso desse isopor, a probabilidade de ambos serem de um mesmo tipo de vacina é igual a:

a) 33/49

b) 43/50

c) 11/49

d) 23/50

Comentários:

A probabilidade de retirar dois frascos de vacina do mesmo tipo é a razão entre o número de maneiras de retirar dois frascos do tipo A ou dois frascos do tipo B e o número total de maneiras de retirar dois frascos:

$$P = \frac{casos\ favoráveis}{casos\ totais} = \frac{n(F)}{n(U)}$$

O número total de maneiras de retirar dois frascos de vacina, dentre 50, é a combinação de 50 escolhe 2:

$$n(U) = C_{50,2} = \frac{50!}{(50-2)! \times 2!} = \frac{50 \times 49 \times 48!}{48! \times 2} = 25 \times 49 = 1225$$

Sendo os dois frascos do tipo A, o número de possibilidades corresponde à combinação de 2, dentre os 10 frascos do tipo A:

$$C_{10,2} = \frac{10!}{(10-2)! \times 2!} = \frac{10 \times 9 \times 8!}{8! \times 2} = 5 \times 9 = 45$$

Sendo os dois frascos do tipo B, o número de possibilidades corresponde à combinação de 2, dentre os 40 frascos do tipo B:

$$C_{40,2} = \frac{40!}{(40-2)! \times 2!} = \frac{40 \times 39 \times 38!}{38! \times 2} = 20 \times 39 = 780$$

Por serem eventos mutuamente exclusivos, o número de maneiras de retirar dois frascos do tipo A OU dois frascos do tipo B é a soma:

$$n(F) = 780 + 45 = 825$$

E a probabilidade é a razão entre essas possibilidades:

$$P = \frac{825}{1225} = \frac{33}{49}$$

Gabarito: A

54. (Legalle/2022 – Pref. Hulha Negra) Seis pessoas, Ana, Bia, Cacau, Débora, Elis e Flávia vão fazer uma viagem em 3 carros com duas pessoas em cada carro.

Distribuindo ao acaso as pessoas nos carros e sabendo que todas as pessoas possuem habilitação para esse veículo, qual a probabilidade de que fiquem juntas Ana com Bia?

a) 10%

b) 15%

c) 20%

d) 25%

e) 30%

Comentários:

A probabilidade pode ser calculada pela razão entre o número de eventos favoráveis e o total de eventos possíveis:

$$P = \frac{casos\ favoráveis}{casos\ totais} = \frac{n(F)}{n(U)}$$

Em relação aos casos totais, precisamos distribuir as 6 pessoas em 3 carros, com 2 pessoas em cada carro. Considerando que a ordem dos carros não importa, temos uma **partição não ordenada** de 6 elementos, divididos em 3 grupos de 2:

$$n(U) = \frac{6!}{2! \times 2! \times 2! \times 3!} = \frac{6 \times 5 \times 4 \times 3!}{2 \times 2 \times 2 \times 3!} = 3 \times 5 = 15$$

Em relação aos casos favoráveis, colocamos Ana e Bia juntas, e distribuímos as outras 4 pessoas em 2 carros. Assim, temos uma **partição não ordenada** de 4 elementos, divididos em 4 grupos de 2:

$$n(F) = \frac{4!}{2! \times 2! \times 2!} = \frac{4 \times 3 \times 2}{2 \times 2 \times 2} = 3$$

A probabilidade é a razão:

$$P = \frac{3}{15} = \frac{1}{5} = 20\%$$

Gabarito: C

55. (IBFC/2021 – IBGE) Um supervisor deve escolher somente um agente para realizar um trabalho de pesquisa. Na região Sul há 23 agentes, na região Norte há 18 agentes, na região Leste há 17 agentes e na região Oeste há 31 agentes. A probabilidade de que o agente escolhido não seja da região Norte é mais próximo de:

a) 20%

b) 74%

c) 26%

d) 77%

e) 80%

Comentários:

A probabilidade de escolher um agente que não seja da região Norte é a razão entre o número de agentes que não são da Região Norte e o número total de agentes.

$$P = \frac{eventos\ favoráveis}{total\ de\ eventos} = \frac{n(\bar{N})}{n(U)}$$

O enunciado informa que há 23 agentes da Região Sul, 18 agentes da Região Norte, 17 agentes da Região Leste e 31 agentes da Região Oeste. O número total de agentes é:

$$n(U) = 23 + 18 + 17 + 31 = 89$$

E o número de agentes que não são da Região Norte é:

$$n(\bar{N}) = 89 - 18 = 71$$

Logo, a probabilidade é:

$$P = \frac{eventos\ favoráveis}{total\ de\ eventos} = \frac{71}{89} \cong 80\%$$

Gabarito: E

56. (FUNDEP/2021 – CM Uberlândia) Em um jarro existem 36 rosas, das quais metade são vermelhas, a terça parte do restante são amarelas e as outras são brancas.

Retirando-se, ao acaso, uma rosa desse jarro, qual é a probabilidade de que ela seja branca?

a) 1/6

b) 1/4

c) 1/3

d) 1/2

Comentários:

A probabilidade de retirar uma rosa branca é a razão entre o número de rosas brancas e o número total de rosas:

$$P = \frac{eventos\ favoráveis}{total\ de\ eventos} = \frac{n(B)}{n(U)}$$

O enunciado informa que há um total de $n(U) = 36$ rosas.

Dessas, metade são vermelhas:

$$n(V) = \frac{1}{2} \times 36 = 18$$

Dentre as outras 18 rosas, um terço delas são amarelas:

$$n(A) = \frac{1}{3} \times 18 = 6$$

E as demais são brancas:

$$n(B) = 18 - 6 = 12$$

Logo, a probabilidade de retirar uma bola branca é:

$$P = \frac{12}{36} = \frac{1}{3}$$

Gabarito: C

57. (OBJETIVA/2021 – Pref. Venâncio Aires) Em uma urna, foram colocadas 20 fichas e cada uma delas tem um número de 1 a 20.

Sendo assim, retirando-se aleatoriamente uma ficha dessa urna, qual a probabilidade de ela conter um número que é um múltiplo de 3?

a) 20%

b) 25%

c) 30%

d) 35%

e) 40%

Comentários:

A probabilidade de retirar um número múltiplo de 3 é a razão entre a quantidade de múltiplos de 3 e a quantidade total de números:

$$P = \frac{eventos\ favoráveis}{total\ de\ eventos} = \frac{n(3)}{n(U)}$$

No intervalo de 1 a 20, há $n(U) = 20$ possibilidades de números.

Dentre esses números, o maior múltiplo de 3 é 18. Dividindo 18 por 3, obtemos a quantidade de múltiplos de 3 no intervalo:

$$n(3) = \frac{18}{3} = 6$$

Logo, a probabilidade é:

$$P = \frac{6}{20} = 30\%$$

Gabarito: C

58. (FCM - CEFETMINAS/2021 – Pref. B Vista/MG) Considere um conjunto $A \subset \mathrm{N}$, sendo:

$$\boldsymbol{A = \left\{x \in \mathrm{N} \middle| \frac{7!}{4!.3!} \leq x < \frac{7!}{5!}\right\}}$$

Sorteando-se um número do conjunto A, é correto afirmar que a probabilidade de ele ser um número par está apresentada em

a) 1/2

b) 1/4

c) 3/5

d) 3/7

Comentários:

Vamos calcular o intervalo do conjunto A:

$$\frac{7!}{4!.3!} = \frac{7 \times 6 \times 5 \times 4!}{4! \times 3!} = \frac{7 \times 6 \times 5}{3 \times 2} = 7 \times 5 = 35$$

$$\frac{7!}{5!} = \frac{7 \times 6 \times 5!}{5!} = 7 \times 6 = 42$$

Assim, $35 \leq x < 42 = \{35, 36, 37, 38, 39, 40, 41\}$. Dos 7 números, 3 são pares. Logo, a probabilidade de sortear um número par é:

$$P = \frac{3}{7}$$

Gabarito: D

59. (Quadrix/2021 – CRT/SP) Um cartão possui senha com 4 dígitos, de 0 a 9. Sabe-se que o primeiro dígito é um número ímpar e que os dígitos não se repetem. Com base nesse caso hipotético, julgue o item.

A probabilidade de o segundo dígito ser o número 3 é menor que 10%.

Comentários:

A probabilidade é a razão entre o número de eventos favoráveis e o número total de eventos possíveis:

$$P = \frac{eventos\ favoráveis}{total\ de\ eventos} = \frac{n(F)}{n(U)}$$

O enunciado informa que o cartão possui 4 dígitos diferentes, sendo o primeiro dígito ímpar. Assim, há 5 algarismos ímpares possíveis para o primeiro dígito. Após a escolha do primeiro dígito, restarão 9 algarismos possíveis para o segundo dígito. Em seguida, restarão 8 possibilidades para o terceiro dígito; e, por fim, 7 possibilidades para o quarto dígito:

5	9	8	7

Pelo princípio multiplicativo, o número total de senhas possíveis, nessas condições, é o produto:

$$n = 5 \times 9 \times 8 \times 7$$

Não precisamos fazer essa agora. Os eventos favoráveis são aqueles em que o segundo dígito é o número 3. Nessa situação, haverá 4 algarismos ímpares possíveis para o primeiro dígito. Em seguida, restarão 8 algarismos possíveis para o terceiro dígito; e, por fim, 7 possibilidades para o quarto dígito:

4	3	8	7

Pelo princípio multiplicativo, o número de senhas favoráveis é o produto:

$$n = 4 \times 8 \times 7$$

E a probabilidade é a razão entre esses resultados:

$$P = \frac{4 \times 8 \times 7}{5 \times 9 \times 8 \times 7} = \frac{4}{45}$$

A fração 4/40 seria equivalente a 10%. Como o denominador é maior, a fração é menor que 10%.

Gabarito: Certo

60. (IDIB/2021 – CREMEPE) Um baralho contém 52 cartas. Duas delas são retiradas de forma aleatória e sem reposição.

Determine a probabilidade de ambas serem de paus.

a) 1/11

b) 1/15

c) 1/17

d) 1/19

Comentários:

A probabilidade de escolher duas cartas de paus pode ser calculada pela razão entre o número de eventos favoráveis e o número de eventos possíveis:

$$P = \frac{eventos\ favoráveis}{total\ de\ eventos} = \frac{n(P)}{n(U)}$$

Os eventos favoráveis correspondem à retirada de 2 cartas, dentre as 13 cartas de paus. Como a ordem não importa, temos a combinação de 13 escolhe 2:

$$n(P) = C_{13,2} = \frac{13!}{(13-2)! \times 2!} = \frac{13 \times 12 \times 11!}{11! \times 2} = 13 \times 6$$

E o total de eventos possíveis corresponde à retirada de 2 cartas, dentre todas as 52, ou seja, à combinação de 52 escolhe 2:

$$n(U) = C_{52,2} = \frac{52!}{(52-2)! \times 2!} = \frac{52 \times 51 \times 50!}{50! \times 2} = 26 \times 51$$

E a probabilidade é:

$$P = \frac{13 \times 6}{26 \times 51} = \frac{3}{51} = \frac{1}{17}$$

Gabarito: C

61. (AOCP/2021 – PC/PA) Considere um experimento no qual se escolhe, ao acaso, um ponto de um círculo centrado na origem do Sistema Cartesiano e que tem raio R = 2 cm. Então, a probabilidade de o ponto escolhido situar-se, no máximo, a 1,5 cm da origem é

a) 75%

b) 56,25%

c) 25,75%

d) 37,5%

e) 12,5%

Comentários:

A probabilidade de o ponto situar-se no máximo a 1,5 cm da origem é a razão entre a área do círculo de 1,5 cm de raio e a área de todo o círculo de 2 cm de raio.

$$P = \frac{eventos\ favoráveis}{total\ de\ eventos} = \frac{A_{r=1,5}}{A_{r=2}}$$

Sabendo que a área do círculo de raio r é $\pi.r^2$, temos:

$$P = \frac{\pi.(1,5)^2}{\pi.(2)^2} = \frac{2,25}{4} = 56,25\%$$

Gabarito: B

62. (Quadrix/2021 – CRESS 18/SE) Gabriela tem um gosto musical muito eclético. Ela possui uma coleção invejável de DVDs de axé, heavy metal e jazz, de artistas nacionais e internacionais. A respeito da coleção, sabe-se que:

- **não há DVDs de axé de artistas internacionais;**
- **o número de DVDs de jazz corresponde ao dobro do número de DVDs de axé;**
- **há exatamente 41 DVDs de heavy metal;**
- **o número de DVDs de artistas nacionais de jazz equivale a 25% do número de DVDs de artistas nacionais de heavy metal;**
- **há exatamente 50 DVDs de artistas nacionais; e**
- **há exatamente 34 DVDs de artistas internacionais de jazz.**

Com base nesse caso hipotético, julgue o item.

Escolhendo-se um DVD de um artista nacional ao acaso na coleção, a probabilidade de ele ser de axé é de 48%.

Comentários:

Para calcular a probabilidade de escolher um DVD de axé, precisamos calcular o número de DVDs de axé.

Para isso, o enunciado informa que o número de DVDs de jazz (nacional e internacional) é o dobro do número de DVDs de axé (apenas nacional):

$$J_N + J_I = 2.A$$

Ademais, sabemos que há 34 DVDs de jazz internacional:

$$J_I = 34$$

Considerando a equação anterior, $J_N + J_I = 2.A$, temos:

$$J_N = 2.A - 34$$

Além disso, sabemos que o número de DVDs de jazz nacional corresponde a 25% do número de DVDs de heavy metal nacional:

$$J_N = \frac{1}{4} . H_N \rightarrow H_N = 4. J_N$$

Considerando a equação anterior, $J_N = 2. A - 34$, temos:

$$H_N = 4. (2. A - 34) = 8. A - 136$$

Por fim, sabemos que há 50 DVDs nacionais (incluindo axé, jazz nacional e heavy metal nacional):

$$A + J_N + H_N = 50$$

Substituindo as expressões $J_N = 2. A - 34$ e $H_N = 8. A - 136$, podemos calcular o número de DVDs de axé:

$$A + 2. A - 34 + 8. A - 136 = 50$$

$$11. A - 170 = 50$$

$$A = \frac{220}{11} = 20$$

Sabendo que há 50 DVDs nacionais no total, a probabilidade de selecionar um de axé é a razão:

$$P = \frac{Axé}{Nacional} = \frac{20}{50} = 40\%$$

Que é diferente de 48%.

Gabarito: Errado

63. (SELECON/2021 – Pref. São Gonçalo) Em uma caixa existem sete bolas brancas e n bolas pretas. Escolhendo-se ao acaso duas dessas bolas, a probabilidade de que ambas sejam brancas é igual a 7/15.

O valor de n satisfaz à seguinte relação:

a) $n^2 - 10n = 56$

b) $n^2 + 10n = 56$

c) $n^2 - 13n = 48$

d) $n^2 + 13n = 48$

Comentários:

O enunciado informa que há 7 bolas brancas e n bolas pretas; e que a probabilidade de retirar 2 bolas brancas é igual a 7/15. Essa probabilidade é a razão entre os eventos favoráveis e o total de eventos possíveis:

$$P = \frac{n(A)}{n(U)} = \frac{7}{15}$$

Os eventos favoráveis correspondem ao número de maneiras de retirar 2 bolas brancas, dentre 7:

$$n(A) = C_{7,2} = \frac{7!}{(7-2)! \times 2!} = \frac{7 \times 6 \times 5!}{5! \times 2} = \frac{7 \times 6}{2}$$

E o total de eventos corresponde ao número de maneiras de retirar 2 bolas, dentre todas as $n + 7$ bolas:

$$n(U) = C_{n+7,2} = \frac{(n+7)!}{(n+7-2)! \times 2!} = \frac{(n+7) \times (n+6) \times (n+5)!}{(n+5)! \times 2} = \frac{(n+7) \times (n+6)}{2}$$

Logo, a probabilidade é dada por:

$$P = \frac{\frac{7 \times 6}{2}}{\frac{(n+7) \times (n+6)}{2}} = \frac{7}{15}$$

$$(n+7) \times (n+6) = 6 \times 15$$

$$n^2 + 13n + 42 = 90$$

$$n^2 + 13n = 48$$

Gabarito: D

QUESTÕES COMENTADAS – MULTIBANCAS

Combinações de Eventos

1. (QUADRIX/2023 – IPREV/DF) Considerando que A e B são mutuamente exclusivos, tais que $P(A) = 0,4$ e $P(B) = 0,2$, julgue o item.

$P(A \cup B) = 0,6$.

Comentários:

A probabilidade da união de eventos mutuamente exclusivos é dada pela soma das probabilidades. Sendo $P(A) = 0,4$ e $P(B) = 0,2$, então:

$$\boldsymbol{P(A \cup B) = P(A) + P(B) = 0,4 + 0,2 = 0,6}$$

Gabarito: Certo

2. (QUADRIX/2023 – IPREV/DF) Considerando que A e B são mutuamente exclusivos, tais que $P(A) = 0,4$ e $P(B) = 0,2$, julgue o item.

$P(A \cap B) = 0,08$.

Comentários:

Se os eventos são mutuamente exclusivos, a interseção é um conjunto **vazio**, cuja probabilidade é **nula**.

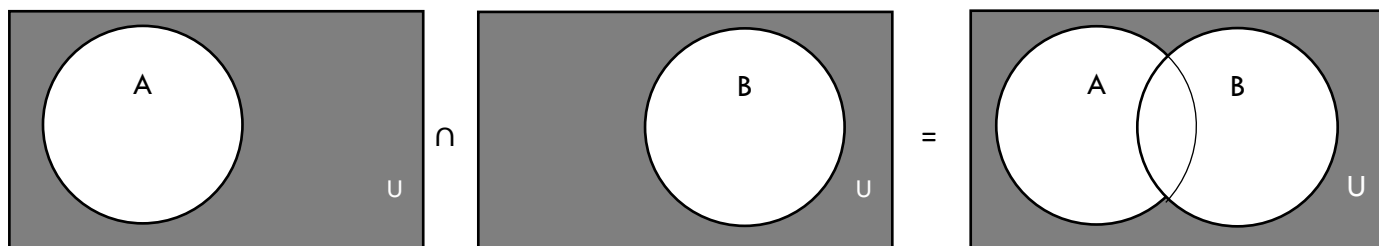
Gabarito: Errado.

3. (QUADRIX/2023 – IPREV/DF) Considerando que A e B são mutuamente exclusivos, tais que $P(A) = 0,4$ e $P(B) = 0,2$, julgue o item.

$P(\bar{A} \cap \bar{B}) = 0,48$.

Comentários:

A interseção dos complementares corresponde ao complementar da união:

∩
=

$$P(\bar{A} \cap \bar{B}) = P(\overline{A \cup B}) = 1 - P(A \cup B)$$

E sabemos que a probabilidade da união é a soma das probabilidades, uma vez que os eventos são mutuamente exclusivos:

$$\boldsymbol{P(A \cup B) = P(A) + P(B) = 0,4 + 0,2 = 0,6}$$

Logo, o complementar da união é:

$$P(\bar{A} \cap \bar{B}) = 1 - 0,6 = 0,4$$

Gabarito: Errado.

4. (PROGEP/2022 – FURG) Sendo $P(A) = x$, $P(B) = y$ e $P(A \cap B) = z$, então:

I) $P(\bar{A} \cup \bar{B}) = 1 - z$

II) $P(\bar{A} \cup B) = 1 - x + z$

III) $P(\bar{A} \cap \bar{B}) = x + y - z$

As afirmações corretas são:

a) Apenas I

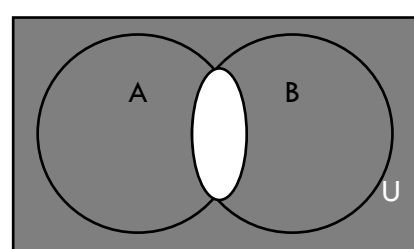
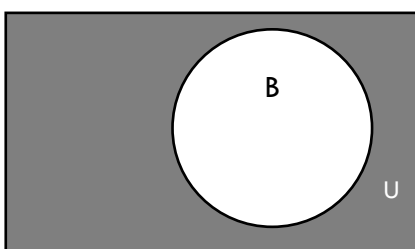
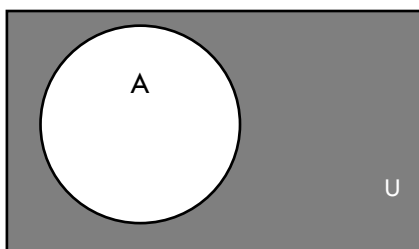
b) Apenas I e II

c) Todas as afirmações

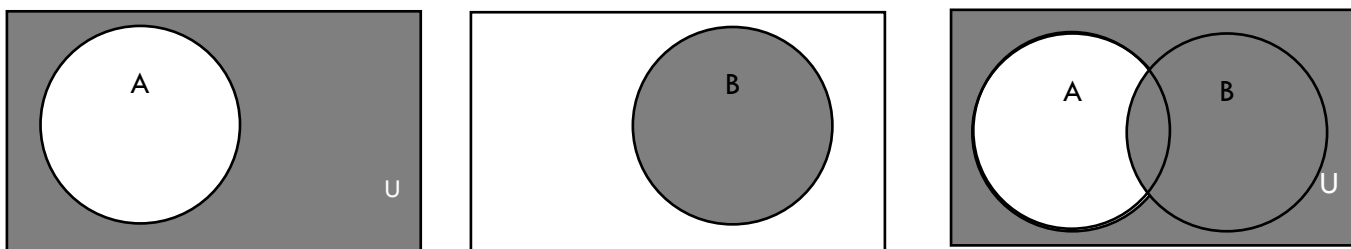
d) Apenas I e II

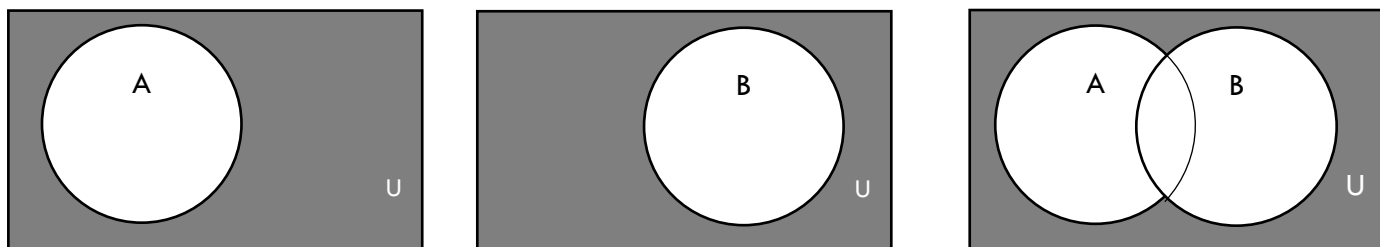
e) Nenhuma das afirmações

Comentários:

Em relação à afirmação I, a **união** do complementar de A com o complementar de B é igual ao complementar da interseção de A e B:

$$P(\bar{A} \cup \bar{B}) = P(\overline{A \cap B}) = 1 - P(A \cap B) = 1 - z$$

Logo, a afirmativa I está correta.

Em relação à afirmativa II, a **união** do complementar de A com B corresponde à seguinte região:

$$P(\bar{A} \cup B) = 1 - P(A) + P(A \cap B) = 1 - x + z$$

Logo, a afirmativa II está correta. Em relação à afirmativa III, a **interseção** entre o complementar de A e o complementar de B é igual ao complementar da união de A e B:

$$P(\bar{A} \cap \bar{B}) = P(\overline{A \cup B}) = 1 - P(A \cup B)$$

Por sua vez, a união é dada por:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = x + y - z$$

Assim, o complementar da união é:

$$P(\bar{A} \cap \bar{B}) = 1 - (x + y - z) = 1 - x - y + z$$

Logo, a afirmativa III está incorreta.

Gabarito: D

5. (FUMARC/2022 – TRT 3ª Região) Considere que $P(A) = \frac{1}{2}$, $P(B) = \frac{1}{3}$ e $P(A \cap B) = \frac{1}{4}$. Baseando-se nos valores fornecidos, selecione, dentre as opções a seguir, a CORRETA.

a) $P(A^C \cap B^C) = \frac{1}{3}$

b) $P(A^C \cap B^C) = \frac{1}{6}$

c) $P(A^C \cup B^C) = \frac{5}{6}$

d) $P(A^C \cap B^C) = \frac{5}{12}$

e) $P(A^C \cup B^C) = \frac{5}{12}$

Comentários:

O enunciado informa as probabilidades de A, B e da interseção e pede a probabilidade da interseção dos complementares e da união dos complementares.

A união dos complementares corresponde ao complementar da interseção:

$$P(\bar{A} \cup \bar{B}) = P(\overline{A \cap B}) = 1 - P(A \cap B)$$

Sendo $P(A \cup B) = \frac{1}{4}$, temos:

$$P(\bar{A} \cup \bar{B}) = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$$

Assim, concluímos que as alternativas C e E estão erradas.

Já, a interseção dos complementares corresponde ao complementar da união:

$$P(\bar{A} \cap \bar{B}) = P(\overline{A \cup B}) = 1 - P(A \cup B)$$

Por sua vez, a união é dada por:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cup B) = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} = \frac{6 + 4 - 3}{12} = \frac{7}{12}$$

Logo, o complementar desse resultado é:

$$P(\bar{A} \cap \bar{B}) = 1 - \frac{7}{12} = \frac{5}{12}$$

Gabarito: D

6. (Consulplan/2022 – PM/RN) Para que um medicamento seja produzido, a probabilidade de utilização do composto X é 0,28, a probabilidade de utilização do composto Y é 0,11 e a probabilidade de utilização de ambos os compostos é 0,04.

Nesse contexto, qual a probabilidade de não ser utilizado nem o composto X e nem o composto Y na fabricação de um medicamento?

a) 0,35

b) 0,43

c) 0,57

d) 0,65

e) 0,77

Comentários:

A probabilidade de não utilizar X E não utilizar Y pode ser calculada pelo complemento da probabilidade de utilizar X OU Y:

$$P(\bar{X} \cap \bar{Y}) = P(\overline{X \cup Y}) = 1 - P(X \cup Y)$$

Por sua vez, a probabilidade da união é dada por:

$$P(X \cup Y) = P(X) + P(Y) - P(X \cap Y)$$

Sabendo que $P(X) = 0{,}28$, $P(Y) = 0{,}11$ e $P(X \cap Y) = 0{,}04$, então a probabilidade da união é:

$$P(X \cup Y) = 0{,}28 + 0{,}11 - 0{,}04 = 0{,}35$$

Por fim, a probabilidade desejada é complementar:

$$P(\bar{X} \cap \bar{Y}) = 1 - 0{,}35 = 0{,}65$$

Gabarito: D

7. (Quadrix/2022 – CRP 10) Para a realização de uma dinâmica de grupo, deseja-se selecionar 6 pessoas de um conjunto de 10 pessoas (entre elas Anderson e Bárbara).

Com base nessa situação hipotética, julgue o item.

Selecionando-se as 6 pessoas aleatoriamente, a probabilidade de Anderson ou Bárbara não participarem da dinâmica de grupo é de $\frac{2}{3}$.

Comentários:

A probabilidade de Anderson OU Bárbara NÃO participarem é o complemento da probabilidade de ambos participarem:

$$P(\bar{A} \cup \bar{B}) = P(\overline{A \cap B}) = 1 - P(A \cap B)$$

A probabilidade de ambos participarem pode ser calculada pela definição clássica de probabilidade, isto é, pela razão entre o número de eventos favoráveis e o número total de eventos possíveis:

$$P(A \cap B) = \frac{n(A \cap B)}{n(U)}$$

O número total de eventos possíveis corresponde à seleção de 6 pessoas quaisquer, dentre as 10:

$$n(U) = C_{10,6} = \frac{10!}{(10-6)! \times 6!} = \frac{10 \times 9 \times 8 \times 7 \times 6!}{4! \times 6!} = \frac{10 \times 9 \times 8 \times 7}{4 \times 3 \times 2} = 10 \times 3 \times 7 = 210$$

E os eventos favoráveis são aqueles em que Anderson e Bárbara fazem parte do grupo selecionado. Assim, restam 8 pessoas no total, das quais 4 serão escolhidas para comporem o grupo com Anderson e Bárbara:

$$n(A \cap B) = C_{8,4} = \frac{8!}{(8-4)! \times 4!} = \frac{8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4!}{4! \times 4!} = \frac{8 \times 7 \times 6 \times 5}{4 \times 3 \times 2} = 7 \times 2 \times 5 = 70$$

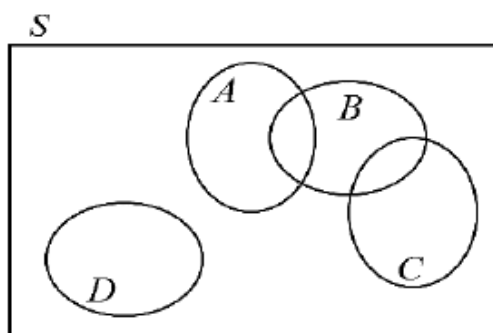
A probabilidade da interseção é a razão entre essas possibilidades:

$$P(A \cap B) = \frac{70}{210} = \frac{1}{3}$$

Por fim, a probabilidade desejada é complementar:

$$P(\bar{A} \cup \bar{B}) = 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$$

Gabarito: Certo

8. (FUMARC/2022 – TRT 3ª Região) O Diagrama de Venn representa um espaço amostra S e os eventos A, B, C e D.

De acordo com o diagrama, é CORRETO afirmar:

a) Os eventos $\boldsymbol{A^C}$ e $\boldsymbol{B^C}$ são mutuamente excludentes e coletivamente exaustivos.

b) Os eventos $\boldsymbol{D^C}$ e $\boldsymbol{B^C}$ são mutuamente excludentes e coletivamente exaustivos.

c) Os eventos $\boldsymbol{A}$ e $\boldsymbol{B}$ não são mutuamente excludentes e os eventos $\boldsymbol{B}$ e $\boldsymbol{D}$ são.

d) Os eventos $\boldsymbol{A}, \boldsymbol{B}, \boldsymbol{C}$ e $\boldsymbol{D}$ são coletivamente exaustivos.

e) Os eventos $\boldsymbol{B}$ e $\boldsymbol{C}$ são mutuamente excludentes e os eventos $\boldsymbol{A}$ e $\boldsymbol{C}$ não são.

Comentários:

Vamos analisar as alternativas, considerando o diagrama apresentado.

Em relação à alternativa A, para verificar se os eventos A^C e B^C são mutuamente exclusivos, precisamos verificar a probabilidade da interseção entre eles:

$$P(\bar{A} \cap \bar{B}) = P(\overline{A \cup B}) = 1 - P(A \cup B)$$

Podemos verificar que a união entre os eventos A e B não corresponde a todo o espaço amostral, logo, a sua probabilidade é **diferente** de 1. Consequentemente, a probabilidade da interseção dos eventos A^C e B^C é diferente de zero e, assim, concluímos que tais eventos **não** são mutuamente exclusivos.

Para verificar se os eventos A^C e B^C são exaustivos, precisamos verificar a probabilidade da união entre eles:

$$P(\bar{A} \cup \bar{B}) = P(\overline{A \cap B}) = 1 - P(A \cap B)$$

Podemos verificar que existe interseção entre os eventos A e B, logo, a sua probabilidade é **diferente** de 0. Consequentemente, a probabilidade da união dos eventos A^C e B^C é diferente de 1 e, assim, concluímos que tais eventos **não** são exaustivos.

Portanto, ambas as afirmações da alternativa A estão incorretas.

Similarmente, em relação à alternativa B, para que os eventos D^C e B^C sejam mutuamente exclusivos, é necessário que a interseção entre eles seja nula, isto é, que a união dos eventos D e B corresponda a todo o espaço amostral. Como isso não ocorre, concluímos que D^C e B^C não são mutuamente exclusivos.

Ademais, para que os eventos D^C e B^C sejam exaustivos, é necessário que a sua união corresponda a todo o espaço amostral, isto é, que não haja interseção entre os eventos D e B. Como isso não ocorre, concluímos que D^C e B^C não são exaustivos.

Portanto, ambas as afirmações da alternativa B estão incorretas.

Em relação à alternativa C, podemos observar que há interseção entre A e B e, portanto, que tais eventos **não** são mutuamente exclusivos. Também podemos observar que não há interseção entre os eventos B e D e, portanto, que tais eventos **são** mutuamente exclusivos. Portanto, ambas as afirmações da alternativa C estão corretas.

Em relação à alternativa D, podemos observar que a união de todos os eventos A, B, C e D **não** corresponde a todo o espaço amostral S. Portanto, tais eventos **não** são exaustivos; logo, a alternativa D está incorreta.

Em relação à alternativa E, podemos observar que há interseção entre B e C e, portanto, que tais eventos **não** são mutuamente exclusivos. Também podemos observar que não há interseção entre os eventos A e C e, portanto, que tais eventos **são** mutuamente exclusivos. Portanto, ambas as afirmações da alternativa E estão incorretas.

Gabarito: C

9. (IDECAN/2022 – DPT/BA) Sobre probabilidade, analise os itens a seguir:

I. Chamamos de espaço amostral, e indicamos por Ω, um conjunto formado por todos os resultados possíveis de um experimento aleatório.
II. Considerando um experimento aleatório, cujo espaço amostral é Ω. Chamaremos de evento todo subconjunto de Ω.
III. Sejam A e B dois eventos, se A ∩ B = ∅, A e B são chamados mutuamente excludentes.

Assinale

a) se todos os itens estiverem corretos.

b) se apenas o item I estiver correto.

c) se apenas o item II estiver correto.

d) se apenas o item III estiver correto.

e) se apenas os itens I e III estiverem corretos.

Comentários:

Vamos analisar os itens. Em relação ao item I, o Espaço Amostral corresponde ao conjunto de todos os resultados possíveis. Logo, o item I está correto.

Em relação ao item II, um evento é todo e qualquer subconjunto do Espaço Amostral. Logo, o item II está correto.

Em relação ao item III, eventos mutuamente excludentes (ou exclusivos) são aqueles cuja interseção é um conjunto vazio. Logo, o item III está correto.

Gabarito: A

10. (Legalle/2022 – Pref. Hulha Negra) Uma determinada pesquisa foi realizada com 200 pessoas sobre a preferência de marcas de chocolate em pó; sabe-se que cada pessoa só poderia escolher um único achocolatado como resposta. Os resultados foram os seguintes:

Choconinho: 73
Achocoló: 33
Cacaupower: 34
Amorechoco: 60

Escolhendo-se, ao acaso, uma das pessoas pesquisadas, a probabilidade da sua marca preferida ser Choconinho ou Achocoló é:

a) 47%

b) 53%

c) 62%

d) 69%

e) 74%

Comentários:

A questão pede a probabilidade de a marca preferida ser Choconinho OU Achocoló, que corresponde à união de eventos excludentes, uma vez que cada pessoa só escolheu um único achocolatado.

$$P(Ch \cup Ach) = P(Ch) + P(Ach)$$

Observamos que 73 pessoas preferem Choconinho e 33 pessoas preferem Achocoló, de um total de 200 pessoas:

$$P(Ch \cup Ach) = \frac{73}{200} + \frac{33}{200} = \frac{106}{200} = 53\%$$

Gabarito: B

11. (QUADRIX/2022 – CRT/MG) Anderson e Bárbara resolveram jogar par ou ímpar de uma forma nada convencional. Cada um lançaria um dado com faces gravadas com números de um a seis. Se o produto dos números observados fosse par, Bárbara seria a vencedora. Se o produto dos números observados fosse ímpar, Anderson seria o vencedor.

Com base nessa situação hipotética, julgue o item.

A probabilidade de a soma dos números observados ser igual a 5 ou 9 é de 0,222222...

Comentários:

A probabilidade de a soma ser igual a 5 ou 9 (união de eventos mutuamente exclusivos) corresponde à soma:

$$P(5 \cup 9) = P(5) + P(9)$$

A probabilidade de cada resultado é dada pela razão entre o número de eventos favoráveis e o número total de eventos possíveis.

$$P = \frac{eventos\ favoráveis}{total\ de\ eventos} = \frac{n(F)}{n(U)}$$

Sabendo que há 6 faces em cada dado, o número total de resultados possíveis é o produto:

$$n(U) = 6 \times 6 = 36$$

Desses resultados, aqueles que somam 5 são {(1,4), (2,3), (3,2), (4,1)}, ou seja, há $n(5) = 4$ eventos favoráveis; e a probabilidade é:

$$P(5) = \frac{4}{36} = \frac{1}{9}$$

E as possibilidades que somam 9 são {(3,6), (4,5), (5,4), (6,3)}, ou seja, há $n(9) = 4$ eventos favoráveis; e a probabilidade é:

$$P(9) = \frac{4}{36} = \frac{1}{9}$$

Por fim, a probabilidade da união é a soma:

$$P(5 \cup 9) = \frac{1}{9} + \frac{1}{9} = \frac{2}{9} \cong 0{,}222\ ...$$

Gabarito: Certo

12. (FEPESE/2022 – Pref. Guatambu) Em um grupo de 40 pessoas, todos falam inglês ou alemão. Sabe-se também que 15 falam inglês e 35 falam alemão. Escolhendo-se ao acaso uma pessoa neste grupo, a probabilidade de que esta pessoa fale inglês e alemão é:

a) Maior que 30%

b) Maior que 28% e menor que 30%

c) Maior que 26% e menor que 28%

d) Maior que 24% e menor que 26%

e) Menor que 24%

Comentários:

O enunciado informa que, dentre 40 pessoas, 15 falam inglês e 35 falam alemão, logo a probabilidade de selecionar alguém que fale inglês é $P(I) = \frac{15}{40}$ e a probabilidade de selecionar alguém que fale alemão é $P(A) = \frac{35}{40}$.

Ademais, todas as 40 pessoas falam inglês OU alemão, ou seja, a probabilidade da união é igual a 1:

$$P(I \cup A) = P(I) + P(A) - P(I \cap A) = 1$$

$$P(I \cup A) = \frac{15}{40} + \frac{35}{40} - P(I \cap A) = \frac{40}{40}$$

$$P(I \cap A) = \frac{50 - 40}{40} = \frac{10}{40} = 25\%$$

Gabarito: D

▪

13. (IBFC/2022 – PC/BA) Ao lançar um dado de 6 faces com números de 1 a 6 ao chão, a probabilidade de o número da face voltada para cima ser par ou maior que 3 é aproximadamente igual a:

a) 60%

b) 33%

c) 67%

d) 40%

e) 83%

Comentários:

A probabilidade de a face do dado ser par OU maior que 3 (união de eventos) é dada por:

$$P(par \cup maior) = P(par) + P(maior) - P(par \cap maior)$$

Sabendo que há 3 faces pares (2, 4, 6), dentre 6 no total, a probabilidade de a face ser par é:

$$P(par) = \frac{3}{6}$$

Sabendo que há 3 números maiores que 3 (4, 5, 6), a probabilidade de a face ser maior que 3 é:

$$P(maior) = \frac{3}{6}$$

Sabendo que há 2 números pares maiores que 3 (4, 6), a probabilidade da interseção é:

$$P(par \cap maior) = \frac{2}{6}$$

Assim, a probabilidade da união é:

$$P(par \cup maior) = \frac{3}{6} + \frac{3}{6} - \frac{2}{6} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3} \cong 67\%$$

Gabarito: C

14. (IBFC/2022 – DETRAN/AM) Seja o evento: retirar uma bola de uma urna com exatamente 13 bolas, numeradas de 2 a 14. A probabilidade de retirarmos uma bola da urna, sendo de número ímpar ou maior que 8 é, aproximadamente igual a:

a) 23%

b) 69%

c) 54%

d) 62%

Comentários:

A probabilidade de a bola ser ímpar OU maior que 8 (união de eventos) é dada por:

$$P(ímpar \cup maior) = P(ímpar) + P(maior) - P(ímpar \cap maior)$$

Dentre as 13 bolas numeradas de 2 a 14, há 6 bolas ímpares, quais sejam {3, 5, 7, 9, 11, 13}. Assim, a probabilidade de a bola ser ímpar é:

$$P(ímpar) = \frac{6}{13}$$

Além disso, há 6 bolas maiores que 8, quais sejam {9, 10, 11, 12, 13, 14}, logo, a probabilidade é:

$$P(maior) = \frac{6}{13}$$

Por fim, há 3 bolas ímpares maiores que 8, quais sejam {9, 11, 13}, logo, a probabilidade da interseção é:

$$P(ímpar \cap maior) = \frac{3}{13}$$

Assim, a probabilidade da união é:

$$P(ímpar \cup maior) = \frac{6}{13} + \frac{6}{13} - \frac{3}{13} = \frac{9}{13} \cong 69\%$$

Gabarito: B

15. (IDECAN/2022 – IF/PA) João e Maria estão jogando o jogo do 7, o qual é jogado com dois dados. Caso a soma dos resultados da face de cima seja 7, João ganha R$ 2,00 de Maria; caso seja diferente de 7, Maria ganha um real de João.

Sobre a situação apresentada, assinale a alternativa correta.

a) No jogo, quem leva vantagem é João, pois em todas as 36 somas diferentes, somente 6 dão total 7.

b) Em cada jogada a probabilidade de vitória é a mesma para João e Maria.

c) No jogo, quem leva vantagem é Maria, pois em todas as 36 somas diferentes, somente 6 dão total 7.

d) Em cada jogada há uma probabilidade de 5/6 para João ganhar.

Comentários:

Na questão anterior, vimos que há 6 possibilidades de obter a soma 7 no lançamento de dois dados, de um total de 36 possibilidades.

Assim, a probabilidade de João ganhar 2 reais é $\frac{1}{6}$, enquanto a probabilidade de Maria ganhar 1 real é **complementar**:

$$P(Maria) = 1 - \frac{1}{6} = \frac{5}{6}$$

Logo, Maria leva vantagem.

Gabarito: C

16. (IBFC/2022 – MGS) Jogando um dado duas vezes ao chão e anotando-se o resultado, a probabilidade de a soma entre as duas faces voltadas para cima ser maior que 5 é:

a) 5/18

b) 13/18

c) 5/36

d) 5/12

Comentários:

A probabilidade de a soma ser maior que 5 pode ser calculada pela probabilidade **complementar**, isto é, a probabilidade de a soma ser menor ou igual a 5:

$$P(maior) = 1 - P(menor\ ou\ igual)$$

Para que a soma seja menor ou igual a 5, as possibilidades são:

- soma igual a 2: {(1,1)} - 1 possibilidade;
- soma igual a 3: {(1,2), (2,1)} - 2 possibilidades;
- soma igual a 4: {(1,3), (2,2), (3,1)} - 3 possibilidades;
- soma igual a 5: {(1,4), (2,3), (3,2), (4,1)} - 4 possibilidades.

Portanto, há 10 possibilidades no total.

Sabendo que o número total de resultados possíveis é o produto $n(U) = 6 \times 6 = 36$, então a probabilidade de a soma ser menor ou igual a 5 é:

$$P(menor\ ou\ igual) = \frac{10}{36} = \frac{5}{18}$$

E a probabilidade desejada é complementar:

$$P(maior) = 1 - \frac{5}{18} = \frac{13}{18}$$

Gabarito: B

17. (CPCP/2022 – UTFPR) Em uma equipe com 20 engenheiros, há apenas 4 que já ocuparam a função de chefe. Selecionados 2 engenheiros dessa equipe, a probabilidade de que ao menos um já tenha sido chefe é:

a) 7/19

b) 12/19

c) 17/19

d) 12/5

e) 17/10

Comentários:

A probabilidade de selecionar **pelo menos um** engenheiro que tenha sido chefe pode ser calculada pela probabilidade complementar, qual seja de **nenhum** dos engenheiros selecionados já ter sido chefe:

$$P(pelo\ menos\ um) = 1 - P(nenhum)$$

O enunciado informa que serão selecionados 2 engenheiros, dentre um total de 20, dos quais 4 já foram chefe. Assim, a probabilidade de que nenhum dos engenheiros selecionados ter sido chefe é a razão entre o número de maneiras de selecionar 2 engenheiros, dentre os 16 que não foram chefe (casos favoráveis), e o número de maneiras de selecionar 2 engenheiros quaisquer, dentre todos os 20 (total de casos possíveis).

Como a ordem da escolha não importa, utilizamos a combinação:

$$P(nenhum) = \frac{n(nenhum)}{n(total)} = \frac{C_{16,2}}{C_{20,2}}$$

Em relação aos casos favoráveis, a combinação de 16 escolhe 2 é:

$$C_{16,2} = \frac{16!}{(16-2)! \times 2!} = \frac{16 \times 15 \times 14!}{14! \times 2!} = 8 \times 15 = 120$$

Em relação ao total de casos possíveis, a combinação de 20 escolhe 2 é:

$$C_{20,2} = \frac{20!}{(20-2)! \times 2!} = \frac{20 \times 19 \times 18!}{18! \times 2!} = 10 \times 19 = 190$$

E a probabilidade do evento complementar é:

$$P(nenhum) = \frac{120}{190} = \frac{12}{19}$$

E a probabilidade desejada é:

$$P(pelo\ menos\ um) = 1 - \frac{12}{19} = \frac{7}{19}$$

Gabarito: A

18. (FEPESE/2022 – FCEE) Em uma empresa com 120 funcionários, 55% do total de funcionários sabe programar e 40% do total de funcionários não é fluente em inglês. Sabe-se ainda que 3/4 das pessoas que são fluentes em inglês sabem programar.

Escolhendo ao acaso um dos funcionários da empresa, a probabilidade de essa pessoa saber programar e não ser fluente em inglês é:

a) Maior que 17%

b) Maior que 15% e menor que 17%

c) Maior que 13% e menor que 15%

d) Maior que 11% e menor que 13%

e) Menor que 11%

Comentários:

Para essa questão, vamos construir uma tabela para indicar as proporções dos funcionários que sabem ou não programar e que são fluentes em inglês ou não:

		Inglês fluente		Totais
		Sim	Não	
Sabe Programar	Sim			
	Não			
Totais				100%

O enunciado informa que 55% do total de funcionários sabe programar, logo, os outros 45% não sabem; ademais, 40% do total de funcionários não é fluente em inglês, logo, os outros 60% são fluentes:

		Inglês fluente		Totais
		Sim	Não	
Sabe Programar	Sim			**55%**
	Não			**45%**
Totais		**60%**	**40%**	100%

Além disso, o enunciado informa que 3/4 dos funcionários fluentes em inglês sabem programar:

$$P(F \cap P) = \frac{3}{4} \times 60\% = 45\%$$

Os demais campos da tabela podem ser preenchidos, verificando-se os totais das linhas/colunas:

		Inglês fluente		Totais
		Sim	Não	
Sabe Programar	Sim	**45%**	**10%**	55%
	Não	**15%**	**30%**	45%
Totais		60%	40%	100%

E a probabilidade de um funcionário saber programar e não ser fluente em inglês é $P(\bar{F} \cap P) = 10\%$, que é inferior a 11%.

Gabarito: E

19. (IBRASP/2021 – Pref. Rio Grande) Considerando-se que em determinada urna existem ao todo 6 bolas, e cada bola possui um número diferente, de 1 a 6. Ao retirar ao acaso uma bola dessa urna, a probabilidade dessa bola ser um número par ou um número maior que 4 é de aproximadamente quantos por cento?

a) 38,75%

b) 45,12%

c) 58,36%

d) 66,67%

e) 72,92%

Comentários:

A probabilidade de a face do dado ser par OU maior que 4 (união de eventos) é dada por:

$$P(par \cup maior) = P(par) + P(maior) - P(par \cap maior)$$

Sabendo que há 3 faces pares (2, 4, 6), dentre 6 no total, a probabilidade de a face ser par é:

$$P(par) = \frac{3}{6}$$

Sabendo que há 2 números maiores que 4 (5, 6), a probabilidade de a face ser maior que 4 é:

$$P(maior) = \frac{2}{6}$$

Sabendo que há 1 número par maior que 4 (6), a probabilidade da interseção é:

$$P(par \cap maior) = \frac{1}{6}$$

Assim, a probabilidade da união é:

$$P(par \cup maior) = \frac{3}{6} + \frac{2}{6} - \frac{1}{6} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3} \cong 66{,}67\%$$

Gabarito: D

20. (Legalle/2021 – Pref. São Marcos) Para a realização de um sorteio entre 50 funcionários da prefeitura municipal, foram distribuídas fichas de 1 a 50.

Sabendo que o sorteado foi escolhido aleatoriamente, quais as chances desse número ser impar ou múltiplo de 5?

a) 7/10

b) 7/3

c) 3/5

d) Nenhuma das anteriores

Comentários:

A probabilidade de o número ser ímpar OU múltiplo de 5 (união de eventos) é dada por:

$$P(\text{ímpar} \cup \text{múltiplo}) = P(\text{ímpar}) + P(\text{múltiplo}) - P(\text{ímpar} \cap \text{múltiplo})$$

Dentre os números 1 a 50, metade é ímpar:

$$P(\text{ímpar}) = \frac{25}{50} = \frac{1}{2}$$

Além disso, 1 a cada 5 números é múltiplo de 5. Mais precisamente, há $\frac{50}{5} = 10$ múltiplos de 5 no intervalo de 1 a 50:

$$P(\text{múltiplo}) = \frac{10}{50} = \frac{1}{5}$$

E metade desses 10 múltiplos são ímpares, isto é, há 5 múltiplos ímpares quais sejam {5, 15, 25, 35, 45}:

$$P(\text{ímpar} \cap \text{múltiplo}) = \frac{5}{50} = \frac{1}{10}$$

Assim, a probabilidade da união é:

$$P(\text{ímpar} \cup \text{múltiplo}) = \frac{1}{2} + \frac{1}{5} - \frac{1}{10} = \frac{5 + 2 - 1}{10} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$$

Gabarito: C

21. (Objetiva/2021 – Pref. Venâncio Aires) Em uma urna, são colocadas 40 fichas numeradas de 1 a 40. Retirando aleatoriamente uma ficha dessa urna, qual a probabilidade de ela ser um múltiplo de 5 ou de 3?

a) 21/40

b) 1/2

c) 19/40

d) 9/20

e) 15/40

Comentários:

A probabilidade de o número ser múltiplo de 5 OU múltiplo de 3 (união de eventos) é dada por:

$$P(m5 \cup m3) = P(m5) + P(m3) - P(m5 \cap m3)$$

Dentre os números 1 a 40, a quantidade de múltiplos de 5 é:

$$n(m5) = \frac{40}{5} = 8$$

Sabendo que há 40 números no total, a probabilidade é:

$$P(m5) = \frac{8}{40}$$

Nesse intervalo, o maior múltiplo de 3 é 39. A quantidade de múltiplos de 3 é calculada como:

$$n(m3) = \frac{39}{3} = 13$$

E a probabilidade é:

$$P(m3) = \frac{13}{40}$$

Para que o número seja múltiplo de 5 e de 3 (interseção), é necessário que ele seja múltiplo de 15 (MMC). No referido intervalo, há 2 múltiplos de 15, quais sejam {15 e 30}. Logo, a probabilidade da interseção é:

$$P(m5 \cap m3) = \frac{2}{40}$$

Assim, a probabilidade da união é:

$$P(m5 \cup m3) = \frac{8}{40} + \frac{13}{40} - \frac{2}{40} = \frac{19}{40}$$

Gabarito: C

22. (FAPIPA/2021 – Pref. Barra do Jacaré) Em uma caixa há bolas enumeradas de 1 a 30. Qualquer uma delas possui a mesma chance de ser retirada. Qual será á probabilidade de se retirar uma bola com número par ou primo?

a) 60%

b) 70%

c) 80%

d) 90%

e) 50%

Comentários:

A probabilidade de o número ser par OU primo (união de eventos) é dada por:

$$P(par \cup primo) = P(par) + P(primo) - P(par \cap primo)$$

Dentre os números 1 a 30, metade é par, isto é, há 15 números pares. Logo, a probabilidade é:

$$P(par) = \frac{15}{30}$$

Nesse intervalo, os números primos são {2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29}, ou seja, há 10 números primos:

$$P(primos) = \frac{10}{30}$$

Em relação à interseção, há apenas um número par e primo {2}:

$$P(par \cap primo) = \frac{1}{30}$$

Assim, a probabilidade da união é:

$$P(par \cup primo) = \frac{15}{30} + \frac{10}{30} - \frac{1}{30} = \frac{24}{30} = 80\%$$

Gabarito: C

QUESTÕES COMENTADAS – MULTIBANCAS

Axiomas de Probabilidade

1. (IADES/2021 – CAU/MS)

Faixa Etária	Proporção
Até 30 anos	3x%
31 a 40 anos	32%
41 a 50 anos	18%
51 a 60 anos	14%
Mais de 60 anos	x%

A tabela representa a proporção de arquitetos e urbanistas, em 2017, por faixa etária. Qual é o percentual (x%) de arquitetos e urbanistas com mais de 60 anos de idade?

a) 9%

b) 12%

c) 15%

d) 18%

e) 27%

Comentários:

A probabilidade associada a todos os eventos possíveis é igual a 100%:

$$3.x + 32\% + 18\% + 14\% + x = 100\%$$

$$4.x + 64\% = 100\%$$

$$4.x = 36\%$$

$$x = 9\%$$

Gabarito: A

2. (IBFC/2021 – IBGE) Se a probabilidade de ocorrência de cada número de um dado de seis faces com números de 1 a 6 corresponde ao seu real valor, ou seja, a chance de ocorrência da face 2 é duas vezes maior de ocorrência da face 1, a chance de ocorrência da face 3 é três vezes maior de ocorrência da face 1 e assim por diante, então ao jogar esse dado no chão, a probabilidade de o número da face voltada para cima ser maior que 5 é igual a:

a) 11/21

b) 1/3

c) 4/7

d) 6/21

e) 1/6

Comentários:

Primeiro, vamos calcular a probabilidade de cada face, denotando a probabilidade da face 1 como x. Assim, a probabilidade da face 2 é $2x$, a probabilidade da face 3 é $3x$ e assim sucessivamente. Sabemos que a probabilidade associada a todos os possíveis eventos é igual a 1, logo:

$$x + 2.x + 3.x + 4.x + 5.x + 6.x = 1$$

$$21.x = 1$$

$$x = \frac{1}{21}$$

A probabilidade de obtermos um número maior que 5, que corresponde à face 6, é:

$$P = 6.x = \frac{6}{21}$$

Gabarito: D

3. (IMPARH/2021 – Pref. Fortaleza) Nos estudos de probabilidades, é muito comum definir a probabilidade de um evento como o número de elementos deste evento dividido pelo número de elementos do espaço amostral. Contudo, essa definição pressupõe que o espaço amostral seja finito e que a distribuição de probabilidade seja uniforme, ou seja, cada elemento do espaço tenha a mesma chance de ser selecionado. Isso dificilmente ocorre no mundo real, em que certos elementos do espaço terão mais chances de serem obtidos do que outros. Maria tem um dado viciado de 6 faces numeradas de 1 a 6, que foi adulterado de modo que a probabilidade de cada número ímpar ser obtido é duas vezes maior que a probabilidade de cada número par. Além disso, dentre os números pares, cada um deles tem a mesma probabilidade se ser obtido.

Ao lançar o dado, qual a probabilidade de obter o número 6?

a) 1/9

b) 1/6

c) 1/3

d) 1/2

Comentários:

Novamente, precisamos calcular a probabilidade de cada face do dado, sabendo que a probabilidade associada a todas as faces possíveis é igual a 1:

$$P(1) + P(2) + P(3) + P(4) + P(5) + P(6) = 1$$

O enunciado informa que a probabilidade de cada face ímpar é o dobro da probabilidade da face par e que todas as faces pares possuem a mesma probabilidade. Assim, vamos denotar de x a probabilidade de cada face par, de modo que a probabilidade de face ímpar seja $2.x$:

$$2.x + x + 2.x + x + 2.x + x = 1$$

$$9.x = 1$$

$$x = \frac{1}{9}$$

Sabendo que x é a probabilidade de cada face par, então a probabilidade de obter a face 6 é $\frac{1}{9}$.

Gabarito: A

4. (Quadrix/2021 – CRESS 18/SE) Luigi e Mário são irmãos que se amam, mas que vivem discutindo por motivos banais. Para evitar mais um conflito, Mário sugeriu uma solução simples: um jogo de cara ou coroa. Ele puxou uma moeda do bolso e disse: "Vou fazer um lançamento com essa moeda. Se der cara, serei o vencedor e, se der coroa, você será o vencedor". Luigi achou uma ótima ideia e concordou, mas ele não sabia que a moeda de Mário não era honesta. Na verdade, a probabilidade de sair coroa era 4 vezes menor que a probabilidade de sair cara. Com base nessa situação hipotética, julgue o item.

A probabilidade de Luigi ser vencedor dessa discussão é de 20%.

Comentários:

O enunciado informa que a probabilidade de sair COROA, o que corresponde à vitória de Luigi, é 4 vezes menor do que a probabilidade de sair CARA, o que corresponde à vitória de Mário. Em outras palavras, a probabilidade de Mário ganhar é 4 vezes maior:

$$P(M) = 4 \times P(L)$$

Sabendo que a probabilidade de todo o Espaço Amostral é igual a 1, temos:

$$P(M) + P(L) = 1$$

$$4.P(L) + P(L) = 1$$

$$5.P(L) = 1$$

$$P(L) = \frac{1}{5} = 20\%$$

De fato, a probabilidade de Luigi ganhar (isto é, de sair COROA) é igual a 20%.

Gabarito: Certo

5. (Quadrix/2021 – CORE/PR) Um dado na forma de icosaedro, numerado de 1 a 20, é lançado uma vez e o resultado é anotado. Ao todo, esse dado tem 30 arestas e 12 vértices.

Com base nessa situação hipotética, julgue o item.

Se o dado for viciado, de modo que a probabilidade de se observar um número par qualquer seja 7 vezes maior que a probabilidade de se observar um número ímpar qualquer, então a probabilidade de o resultado anotado ser igual a 1 ou a 20 é de $\frac{1}{10}$.

Comentários:

O enunciado informa que será lançado um dado numerado de 1 a 20, sendo que a probabilidade de obter um número par é igual a 7 vezes a probabilidade de obter um número ímpar. Assim, sendo x a probabilidade de obter um número ímpar, então a probabilidade de obter um número par é $7.x$.

Sabendo que a probabilidade associada a todo o Espaço Amostral é igual a 1 e que, no intervalo de 1 a 20, há 10 números ímpares e 10 números pares, então:

$$10 \times x + 10 \times (7.x) = 1$$

$$10.x + 70.x = 1$$

$$80.x = 1$$

$$x = \frac{1}{80}$$

Essa é a probabilidade de obtermos um número ímpar.

E a probabilidade de obtermos um número par é $\frac{7}{80}$.

Assim, a probabilidade de obtermos o número 1 (ímpar) ou o número 20 (par), o que corresponde à **união** de eventos mutuamente excludentes, é a **soma** das probabilidades:

$$P(1 \cup 20) = \frac{1}{80} + \frac{7}{80} = \frac{8}{80} = \frac{1}{10}$$

Gabarito: Certo

QUESTÕES COMENTADAS – MULTIBANCAS

Probabilidade Condicional

1. (Instituto Verbena/2024 – TJ/AC) Considere a situação a seguir. Dois jogadores, X e Y, disputam o seguinte jogo:

- **O jogador X inicia lançando um dado honesto e, se ocorrer face par, ganha o jogo.**
- **Caso X não ganhe, o jogador Y joga o dado honesto e, se ocorrer face ímpar, ganha.**
- **Caso nem X nem Y ganhe o jogo, repete-se o esquema já descrito.**

Qual a probabilidade do jogador Y de ganhar o jogo?

a) $\frac{1}{6}$

b) $\frac{1}{3}$

c) $\frac{1}{2}$

d) $\frac{2}{3}$

Comentários:

Vamos analisar os possíveis resultados para a 1ª jogada.

i. X lança o dado e, se ocorrer uma face par, X ganha o jogo. A probabilidade de isso ocorrer é:

$$P(X\ ganha\ na\ 1ª) = \frac{1}{2}$$

ii. Se X não ganhar, cuja probabilidade é $P(X\ não\ ganha) = \frac{1}{2}$, Y lança o dado e, se ocorrer uma face ímpar, Y ganha o jogo. A probabilidade de isso ocorrer é o produto (interseção):

$$P(Y\ ganha\ na\ 1ª) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

iii. Se Y não ganhar, a jogada se repete, com probabilidade:

$$P(jogo\ repete) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

Portanto, a probabilidade de Y ganhar na 1ª jogada é igual a 1/4. No entanto, o jogo pode se repetir, e Y pode ganhar em outras jogadas. Assim, a probabilidade total de Y ganhar é **maior que 1/4**.

Sabendo que a probabilidade de Y perder (ou seja, de X ganhar) na 1ª jogada é igual a 1/2, então a probabilidade de Y ganhar em alguma jogada é **menor que 1/2**.

Dentre as alternativas, a única resposta que está **entre 1/4 e 1/2** é a alternativa B. De todo modo, vamos calcular a probabilidade de Y ganhar, de forma exata.

Vimos que a probabilidade de o jogo se repetir é igual a 1/4. Na 2ª rodada, as probabilidades são as mesmas da 1ª jogada, mas devem ser multiplicadas por 1/4, que é a probabilidade de ocorrer a 2ª jogada. Assim, a probabilidade de Y ganhar na 2ª jogada é:

$$P(Y\ ganha\ na\ 2ª) = \frac{1}{4} \times \frac{1}{4} = \left(\frac{1}{4}\right)^2$$

Analogamente, a probabilidade de o jogo ir para a 3ª rodada é de $\left(\frac{1}{4}\right)^2$ e a probabilidade de Y ganhar nessa rodada é:

$$P(Y\ ganha\ na\ 3ª) = \left(\frac{1}{4}\right)^2 \times \frac{1}{4} = \left(\frac{1}{4}\right)^3$$

E assim sucessivamente. Portanto, a probabilidade de Y ganhar em alguma rodada é a soma:

$$P(Y\ ganha) = \frac{1}{4} + \left(\frac{1}{4}\right)^2 + \left(\frac{1}{4}\right)^3 + \cdots$$

Que corresponde a uma PG infinita, em que o 1º termo é $A_1 = \frac{1}{4}$ e a razão é $q = \frac{1}{4}$, sendo a soma dada por:

$$S_n = \frac{A_1}{1-q} = \frac{1/4}{1-1/4} = \frac{1/4}{3/4} = \frac{1}{3}$$

Gabarito: B

2. (AOCP/2024 – PM-PE) A ocorrência de um crime contava com apenas duas testemunhas oculares. Após o início das investigações, as evidências apontaram para três irmãos gêmeos idênticos, sem qualquer característica física que permitisse distingui-los naquela situação. Sabe-se que nenhum deles tem álibi e que um deles realmente é o único criminoso. As testemunhas, na ânsia de se livrarem rapidamente da situação, optaram por apontar aleatoriamente (ainda que de forma imprudente) um dos três irmãos como culpado.

Considerando as informações constantes nesse problema, qual é a probabilidade de ambas as testemunhas terem apontado corretamente para o criminoso?

a) Aproximadamente 50%.

b) Aproximadamente 33%.

c) Aproximadamente 17%.

d) Aproximadamente 11%.

e) Aproximadamente 2%.

Comentários:

Considerando que há 3 irmãos idênticos e que apenas 1 deles cometeu o crime, a probabilidade de cada testemunha apontar corretamente para o irmão criminoso é:

$$p = \frac{1}{3}$$

Sabendo que há 2 testemunhas independentes, a probabilidade de ambas apontarem corretamente para o criminoso é o produto (interseção de eventos independentes):

$$P = \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{9} = 0{,}111 \ldots \cong 11\%$$

Gabarito: D

3. (Quadrix/2023 – IPREV/DF) Considerando os números de 3 algarismos distintos formados com os dígitos 1, 2, 3, 6, 8, 9, julgue o item.

Sorteado um desses números ao acaso, a probabilidade de ele ser múltiplo de 9, dado que ele é menor que 300, é igual a 15%.

Comentários:

A probabilidade condicional de um número ser múltiplo de 9, dado que é menor que 300, é a razão entre a quantidade de números múltiplos de 9 E menores que 300 (interseção) e a quantidade de números menores que 300 (evento a priori):

$$P(M_9|m_{300}) = \frac{P(M_9 \cap m_{300})}{P(m_{300})} = \frac{n(M_9 \cap m_{300})}{n(m_{300})}$$

O enunciado informa que o número possui 3 dígitos **distintos**, formados a partir dos 6 algarismos informados. Para que o número seja menor que 300, é necessário que ele comece com o algarismo 1 ou o algarismo 2. Portanto, há 2 possibilidades para o 1º dígito:

2		

Após a escolha do primeiro dígito, restarão 5 possibilidades para a escolha do segundo dígito; e, por fim, 4 possibilidades para a escolha do terceiro dígito:

2	5	4

Pelo princípio multiplicativo, o número de possibilidades de formar um número menor que 300 é o produto:

$$n(m_{300}) = 2 \times 5 \times 4$$

Para que o número seja múltiplo de 9, é necessário que a soma dos três dígitos seja múltipla de 9.

Assim podemos escolher os algarismos 1, 2 e 6; ou os algarismos 1, 8 e 9 (embora a soma dos algarismos 3, 6 e 9 também seja múltipla de 9, não é possível formar um número menor que 300 com eles).

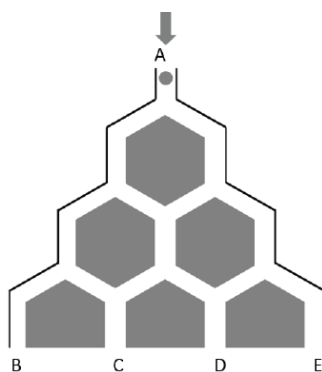
Os algarismos 1, 2 e 6 podem formar os seguintes números menores que 300: 126, 162, 216 e 261; e os algarismos 1, 8 e 9 podem formar os seguintes números menores que 300: 189 e 198.

Assim, há $n(M_9 \cap m_{300}) = 6$ múltiplos de 9 menores que 300 que podem ser formados.

Portanto, a probabilidade desejada é:

$$P(M_9|m_{300}) = \frac{6}{40} = 15\%$$

Gabarito: Certo

4. (FCM-CEFETMINAS/2023 – Pref. Contagem) Observe a figura a seguir.

A figura representa um sistema de caminhos, onde uma bola é solta no ponto A e desce até uma das saídas B, C, D ou E. Em cada bifurcação a bola desce em qualquer um dos lados, com igual probabilidade para cada um.

Assim, a probabilidade da bola finalizar o trajeto percorrido no ponto C é

a) menor que 26%

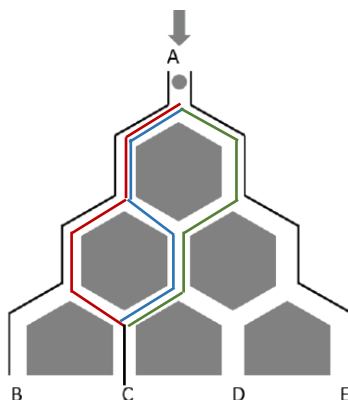
b) entre 26% e 35%

c) entre 35% e 40%

d) entre 40% e 51%

e) maior que 51%

Comentários:

O enunciado informa que, a cada bifurcação, a probabilidade associada a cada um dos lados é a mesma, ou seja, 50% para cada lado. Para chegar até C, há 3 caminhos possíveis, ilustrados a seguir:

Para que a bola percorra o caminho vermelho, é necessário que ela caia à esquerda na primeira bifurcação; caia à esquerda na segunda bifurcação; e caia à direita na terceira bifurcação. Sabendo que a probabilidade de cada uma dessas viradas é de 50%, a probabilidade de a bola percorrer esse caminho (interseção de eventos independentes) é o produto:

$$p = 0{,}5 \times 0{,}5 \times 0{,}5 = 0{,}125$$

Para que a bola percorra o caminho azul, é necessário que ela caia à esquerda na primeira bifurcação; caia à direita na segunda bifurcação; e caia à esquerda na terceira bifurcação. A probabilidade de a bola percorrer esse caminho é também o produto:

$$p = 0{,}5 \times 0{,}5 \times 0{,}5 = 0{,}125$$

Para que a bola percorra o caminho verde, é necessário que ela caia à direita na primeira bifurcação; caia à esquerda na segunda bifurcação; e caia à esquerda na terceira bifurcação. A probabilidade de a bola percorrer esse caminho também é:

$$p = 0{,}5 \times 0{,}5 \times 0{,}5 = 0{,}125$$

A probabilidade de a bola chegar até C corresponde à união desses eventos. Por serem eventos mutuamente exclusivos, calculamos a soma dessas probabilidades:

$$P = 0{,}125 + 0{,}125 + 0{,}125 = 0{,}375 = 37{,}5\%$$

Que está entre 35% e 40%.

Gabarito: C

5. (FCM-CEFETMINAS/2023 – Pref. Contagem) Paulo, José e Carlos combinaram uma aposta, fazendo sucessivos lançamentos de uma moeda não viciada e observando os resultados possíveis de cara ou coroa em cada lançamento. Pela regra combinada, Paulo vence a disputa se ocorrem duas coroas consecutivamente. José vence se forem obtidas duas caras consecutivamente e Carlos vence caso sejam obtidos os resultados de cara e coroa, nessa ordem, em dois lançamentos consecutivos. Eles jogam a moeda até que o primeiro deles vença a disputa.

Assim, considerando-se essa situação, é verdade que

a) os três têm a mesma probabilidade de vencer a aposta.

b) Paulo é o que tem a maior probabilidade de vencer a aposta.

c) Carlos é o que tem a maior probabilidade de vencer a aposta.

d) José e Carlos têm, cada um, maior probabilidade de vencer a aposta do que Paulo.

e) Paulo e José têm, cada um, maior probabilidade de vencer a aposta do que Carlos.

Comentários:

O enunciado informa que a moeda é lançada até que o primeiro vença a disputa e que:

- Paulo vence se ocorrerem 2 COROAS consecutivas;
- José vence se ocorrerem 2 CARAS consecutivas;
- Carlos vence se ocorrer 1 CARA e 1 COROA, nessa ordem.

A probabilidade de sair CARA ou COROA é igual a 50%.

Assim, a probabilidade de cada um desses resultados é o produto (interseção de eventos independentes):

$P(CO, CO) = 0{,}5 \times 0{,}5 = 0{,}25 \rightarrow$ Paulo vence

$P(CA, CA) = 0{,}5 \times 0{,}5 = 0{,}25 \rightarrow$ José vence

$P(CA, CO) = 0{,}5 \times 0{,}5 = 0{,}25 \rightarrow$ Carlos vence

No entanto, se ocorrer 1 COROA e 1 CARA, nessa ordem, o jogo continua. Nessa situação, se o resultado do terceiro lançamento for COROA, ou seja, se tivermos 1 COROA**, 1 CARA e 1 COROA**, Carlos vence. Se o resultado do terceiro lançamento for CARA, ou seja, se tivermos 1 COROA, **2 CARAS**, José vence. As probabilidades desses eventos também é o produto das probabilidades:

$P(CO, CA, CO) = 0{,}5 \times 0{,}5 \times 0{,}5 = 0{,}125 \rightarrow$ Carlos vence

$P(CO, CA, CA) = 0{,}5 \times 0{,}5 \times 0{,}5 = 0{,}125 \rightarrow$ José vence

Assim, a probabilidade de Paulo vencer é igual a 25%, enquanto a probabilidade de Carlos vencer (união de eventos mutuamente excludentes) é a soma 25% + 12,5% = 37,5%, assim como a probabilidade de José vencer. Logo, José e Carlos têm, cada um, maior probabilidade de vencer a aposta do que Paulo.

Gabarito: D

6. (IADES/2023 – SEPLAD/DF) As equipes econômicas dos governos do Distrito Federal (DF) e do Goiás (GO) participaram de uma reunião por videoconferência, realizada com vistas à troca de experiências exitosas. Sabe-se que a equipe do DF foi representada por 5 homens e 3 mulheres, e a do GO por 2 homens e 4 mulheres. No final da videoconferência, uma pessoa foi sorteada ao acaso para redigir a ata da reunião. Uma vez que o escolhido é um homem, a probabilidade de ser participante da equipe de GO equivale a

a) 1/7

b) 2/6

c) um valor acima de 0,3

d) um número real maior do que a probabilidade dele ter sido do DF

e) um valor superior a 28%

Comentários:

Para resolver essa questão, podemos utilizar a definição de probabilidade condicional. A probabilidade de o sorteado ter sido do GO, dado que é homem pode ser calculada como:

$$P(GO|H) = \frac{P(GO \cap H)}{P(H)} = \frac{n(GO \cap H)}{n(H)}$$

O enunciado informa que há 5 homens do DF e 2 homens do GO, totalizando 7 homens:

$$P(GO|H) = \frac{2}{7} \cong 28{,}5\%$$

Que é superior a 28%, logo, a alternativa E está certa, enquanto as alternativas A, B e C estão erradas. para avaliar a alternativa D, vamos calcular a probabilidade de o sorteado ser do DF, dado que é homem:

$$P(DF|H) = \frac{P(DF \cap H)}{P(H)} = \frac{n(DF \cap H)}{n(H)} = \frac{5}{7}$$

Logo, a probabilidade de o sorteado ser do GO é **menor** do que a probabilidade de ele ser do DF e, portanto, a alternativa D está errada.

Gabarito: E

7. (Consulplan/2023 – MPE/MG) Levantamento em determinado período de tempo indicou que dois Ministros Promotores Públicos A e B são responsáveis por 60% e 40%, respectivamente, da produção processual em certa comarca onde atuam. Sabe-se que os índices de "processos investigativos sem conclusão" por eles equivalem a 3% e 7%, respectivamente. Assim, considerando que um processo inconclusivo foi selecionado ao acaso do rol de processos desta comarca neste determinado período de tempo, qual é a probabilidade de que tenha ocorrido com o Promotor B?

a) 50,87%

b) 55,87%

c) 60,87%

d) 65,87%

Comentários:

O enunciado informa as probabilidades associadas aos processos inconclusivos para cada Ministro e pede a probabilidade associada a um Ministro, dado que o processo é inconclusivo, invertendo assim os eventos a priori e a posteriori.

Nessa situação, utilizamos a fórmula de Bayes para calcular a probabilidade de o processo ter sido analisado por B, dado que foi inconclusivo:

$$P(B|I) = \frac{P(I \cap B)}{P(I)} = \frac{P(I|B) \times P(B)}{P(I|A) \times P(A) + P(I|B) \times P(B)}$$

O enunciado informa que:

- Os Ministros A e B são responsáveis por 60% e 40% dos processos, respectivamente: $P(A) = 0{,}6$ e $P(B) = 0{,}4$; e
- As proporções de processos inconclusivos são 3% e 7%, respectivamente, para A e B: $P(I|A) = 0{,}03$ e $P(I|B) = 0{,}07$.

Substituindo esses dados na fórmula de Bayes, temos:

$$P(B|I) = \frac{0{,}07 \times 0{,}4}{0{,}03 \times 0{,}6 + 0{,}07 \times 0{,}4} = \frac{0{,}028}{0{,}018 + 0{,}028} = \frac{0{,}028}{0{,}046} = \frac{14}{23} \cong 60{,}87$$

Gabarito: C

8. (CONSULPLAN/2022 – SEED/PR) Geralda realizou uma festa de aniversário e ganhou de Paula nove anéis, sendo quatro de titânio e cinco de paládio. Gilberto decidiu dar o mesmo presente; porém, foram onze anéis, sendo oito de titânio e três de paládio. Geralda guarda todos esses anéis em um único recipiente, exclusivo para eles. Ao se arrumar para um determinado evento, Geralda escolheu, aleatoriamente, um anel do recipiente e verificou que é de titânio. Qual a probabilidade de que esse anel de titânio seja um dos anéis dados por Paula?

a) 1/3

b) 2/7

c) 4/7

d) 5/8

Comentários:

Nessa questão há uma inversão das probabilidades a priori e a posteriori, típica dos problemas envolvendo a fórmula de Bayes. No entanto, podemos resolver essa questão utilizando a definição de probabilidade condicional, que precede a fórmula de Bayes.

A probabilidade de o anel ter sido dado por Paula, dado que é de titânio, pode ser calculada pelo número de anéis de titânio dados por Paula dividido pelo número total de anéis de titânio:

$$P(T|Pa) = \frac{P(T \cap Pa)}{P(T)} = \frac{n(T \cap Pa)}{n(T)}$$

Sabemos que Paula deu 4 anéis de titânio e que Gilberto deu 8 anéis de titânio. Assim, o número total de anéis de titânio é:

$$n(T) = 4 + 8 = 12$$

Logo, a probabilidade condicional desejada é:

$$P(T|Pa) = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$$

Gabarito: A

9. (RBO/2022 – Auditor de Tributos - BH) Numa empresa, 10% das pessoas apresentam algum tipo de comorbidade. Uma pesquisa aponta que a probabilidade de uma pessoa com comorbidade ficar contaminadas com COVID-19 é de 90%, enquanto as pessoas sem comorbidade tem 30% de chance de contaminação.

Nessas condições, se uma pessoa desta empresa está contaminada com COVID-19, a probabilidade de que essa pessoa não apresente comorbidade é de:

a) 25,0%

b) 33,3%

c) 66,7%

d) 75%

e) 82,5%

Comentários:

Novamente, temos a inversão dos eventos a priori e a posteriori, pois o enunciado informa as probabilidades de contaminação, condicionada à presença ou não de comorbidade, e pede a probabilidade de uma pessoa ter comorbidade, dado que foi contaminada. Assim, a probabilidade de a pessoa não apresentar comorbidade, dado que foi contaminada com o vírus, pode ser calculada pela fórmula de Bayes:

$$P(\bar{C}|V) = \frac{P(\bar{C} \cap V)}{P(V)} = \frac{P(V|\bar{C}) \times P(\bar{C})}{P(V|\bar{C}) \times P(\bar{C}) + P(V|C) \times P(C)}$$

O enunciado informa que:

- $P(C) = 10\% = 0{,}1$ das pessoas apresentam comorbidade.
  Assim, a probabilidade de uma pessoa não apresentar comorbidade é complementar:
  $$P(\bar{C}) = 1 - 0{,}1 = 0{,}9$$
- A probabilidade de uma pessoa com comorbidade ser contaminada pelo vírus é:
  $$P(V|C) = 90\% = 0{,}9$$
- A probabilidade de uma pessoa sem comorbidade ser contaminada pelo vírus é:
  $$P(V|\bar{C}) = 30\% = 0{,}3$$

Substituindo esses dados na fórmula de Bayes, temos:

$$P(\bar{C}|V) = \frac{0{,}3 \times 0{,}9}{0{,}3 \times 0{,}9 + 0{,}9 \times 0{,}1}$$

Dividindo o numerador e o denominador por 0,9, temos:

$$P(\bar{C}|V) = \frac{0{,}3}{0{,}3 + 0{,}1} = \frac{0{,}3}{0{,}4} = \frac{3}{4} = 75\%$$

Gabarito: D

10. (SELECON/2022 – AMAZUL) O departamento de engenharia mecânica de uma empresa estima que a probabilidade de uma empresa concorrente planejar a fabricação de equipamentos para área naval, dentro dos próximos três anos, é de 0,30. Se a concorrência tem tais planos, será certamente construída uma fábrica nova. Caso contrário, há ainda uma probabilidade de 0,60 de, por qualquer outra razão, a concorrente construir uma nova fábrica. Se iniciou os trabalhos de construção de uma fábrica, a probabilidade de que a concorrência tenha decidido entrar para área naval é de:

a) 0,19

b) 0,30

c) 0,42

d) 0,72

Comentários:

Nessa questão, também temos a inversão dos eventos a priori e a posteriori, que caracterizam o problema de Bayes. A probabilidade de a concorrência ter decidido entrar para a área naval, dado que está construindo uma fábrica pode ser calculada como:

$$P(N|F) = \frac{P(N \cap F)}{P(F)} = \frac{P(F|N) \times P(N)}{P(F|N) \times P(N) + P(F|\bar{N}) \times P(\bar{N})}$$

O enunciado informa que:

- A probabilidade de a concorrência entrar para a área naval é $P(N) = 0{,}3$.
  Assim, a probabilidade de a concorrência não entrar para a área naval é complementar:
  $$P(\bar{N}) = 1 - 0{,}3 = 0{,}7$$
- Se a concorrência decidir entrar para a área naval, certamente irá construir uma fábrica:
  $$P(F|N) = 1$$
- Se a concorrência decidir não entrar para a área naval, a probabilidade de construir uma fábrica é:
  $$P(F|\bar{N}) = 0{,}6$$

Substituindo esses dados na fórmula de Bayes, temos:

$$P(N|F) = \frac{1 \times 0{,}3}{1 \times 0{,}3 + 0{,}6 \times 0{,}7} = \frac{0{,}3}{0{,}3 + 0{,}42} = \frac{0{,}3}{0{,}72} = \frac{30}{72} = \frac{5}{12} \cong 0{,}42$$

Gabarito: C

11. (FEPESE/2022 – Pref. Criciúma) Um candidato está participando de um concurso público em que há questões de múltipla escolha com 5 alternativas de resposta, sendo que apenas uma delas é a correta.

A probabilidade de que o candidato saiba a resposta correta de uma questão é de 40%. Se ele não souber a resposta correta da questão, há a possibilidade de escolher aleatoriamente qualquer uma das alternativas (“chute”).

Se o candidato acertou a questão, a probabilidade de ele realmente saber a resposta correta é de:

a) 54,38%

b) 66,67%

c) 76,92%

d) 81,56%

e) 92,24%

Comentários:

Aqui também temos uma inversão dos eventos a priori e a posteriori.

A probabilidade de o candidato saber a resposta, dado que acertou pode ser calculada pela fórmula de Bayes:

$$P(S|A) = \frac{P(S \cap A)}{P(A)} = \frac{P(A|S) \times P(S)}{P(A|S) \times P(S) + P(A|\bar{S}) \times P(\bar{S})}$$

O enunciado informa que a probabilidade de o candidato saber a resposta correta é:

$$P(S) = 40\% = 0{,}4$$

Logo, a probabilidade de ele não saber é complementar:

$$P(\bar{S}) = 1 - 0{,}4 = 0{,}6$$

Dado que o candidato sabe a resposta, consideramos que ele irá acertar a questão, ou seja, a probabilidade de ele acertar é:

$$P(A|S) = 1$$

Dado que o candidato não sabe a resposta, ele poderá "chutar". Sabendo que há 5 alternativas possíveis, probabilidade de ele acertar a alternativa correta é:

$$P(A|\bar{S}) = \frac{1}{5} = 0{,}2$$

Substituindo esses dados na fórmula de Bayes, temos:

$$P(S|A) = \frac{1 \times 0{,}4}{1 \times 0{,}4 + 0{,}2 \times 0{,}6} = \frac{0{,}4}{0{,}4 + 0{,}12} = \frac{0{,}4}{0{,}52} = \frac{40}{52} \cong 0{,}7692 = 76{,}92\%$$

Gabarito: C

12. (FEPESE/2022 – Pref. Criciúma) No cadastro tributário do município de Estalinho há registros de apenas duas classificações de contribuintes, de acordo com a opção adotada para a apuração de impostos: os 60% que estão enquadrados no Simples Nacional; e os 40% que estão enquadrados como Microempreendedores Individuais (MEIs). Do total de contribuintes, 5% dos enquadrados no Simples

Nacional e 2% dos enquadrados como MEIs declararam ter receita bruta mensal superior a R$ 3.000. Um auditor fiscal escolhe ao acaso um contribuinte com receita bruta mensal superior a R$ 3.000.

A probabilidade de o contribuinte escolhido estar enquadrado no Simples Nacional é de:

a) 45,67%

b) 55,21%

c) 64,33%

d) 78,95%

e) 81,90%

Comentários:

Essa questão também inverte os eventos a priori e a posteriori, típica dos problemas de Bayes. A probabilidade de o contribuinte estar enquadrado no Simples, dado que a receita é superior ao limite, é:

$$P(S|R) = \frac{P(S \cap R)}{P(R)} = \frac{P(R|S) \times P(S)}{P(R|S) \times P(S) + P(R|M) \times P(M)}$$

O enunciado informa que:

- $P(S) = 60\% = 0{,}6$ dos contribuintes estão enquadrados no Simples; e $P(M) = 40\% = 0{,}4$ são MEI;
- $P(R|S) = 5\% = 0{,}05$ dos contribuintes enquadrados no Simples declaram receita superior ao limite;
- $P(R|M) = 2\% = 0{,}02$ dos MEIs declaram receita superior ao limite.

Substituindo esses dados na fórmula de Bayes, temos:

$$P(S|R) = \frac{0{,}05 \times 0{,}6}{0{,}05 \times 0{,}6 + 0{,}02 \times 0{,}4} = \frac{0{,}03}{0{,}03 + 0{,}008} = \frac{0{,}03}{0{,}038} = \frac{30}{38} \cong 0{,}7895 = 78{,}95\%$$

Gabarito: D

13. (AVANÇASP/2022 – Pref. Vinhedo) João tem duas caixas, A e B, com figuras de animais. Na caixa A há 4 cachorros e 2 gatos. Na caixa B há 2 cachorros e 1 gato. De forma aleatória, João pega uma figura da caixa A e coloca na caixa B. Ele, então, pega uma figura da caixa B.

Qual a probabilidade da figura ser um cachorro?

a) 12/3

b) 1/2

c) 5/2

d) 3/2

e) 2/3

Comentários:

Para que a figura retirada da caixa B seja um cachorro, é possível que a figura retirada anteriormente da caixa A seja um cachorro ou um gato.

Sabendo que há 2 gatos e 4 cachorros na caixa A, a probabilidade de retirar um cachorro dessa caixa é:

$$P(C_A) = \frac{4}{6}$$

Considerando que tenha sido retirado um cachorro da caixa A e colocado na caixa B, haverá 3 cachorros e 1 gato na caixa B. A probabilidade de retirar um cachorro nessas condições é:

$$P(C_B|C_A) = \frac{3}{4}$$

E a probabilidade de retirar um cachorro da caixa A E um cachorro da caixa B é o produto:

$$P(C_A \cap C_B) = P(C_B|C_A) \times P(C_A) = \frac{3}{4} \times \frac{4}{6} = \frac{3}{6}$$

Por outro lado, a probabilidade de retirar um gato da caixa A é:

$$P(G_A) = \frac{2}{6}$$

Considerando que tenha sido retirado um gato da caixa A e colocado na caixa B, haverá 2 cachorros e 2 gatos na caixa B. A probabilidade de retirar um cachorro nessas condições é:

$$P(C_B|G_A) = \frac{2}{4}$$

E a probabilidade de retirar um gato da caixa A E um cachorro da caixa B é o produto:

$$P(G_A \cap C_B) = P(C_B|G_A) \times P(G_A) = \frac{2}{4} \times \frac{2}{6} = \frac{1}{6}$$

E a probabilidade de retirar um cachorro da caixa B, que corresponde à união desses eventos mutuamente excludentes, é dada pela soma das probabilidades (Probabilidade Total):

$$P(C_B) = \frac{3}{6} + \frac{1}{6} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

Gabarito: E

14. (AOCP/2022 – Pref. Pinhais) O setor de recursos humanos da Prefeitura de Pinhais verificou que, quando chove, a probabilidade de um servidor faltar é de 12%. Se não chover, a probabilidade de um servidor faltar é de 2%.

Se amanhã a probabilidade de chuva for de 40%, qual é a probabilidade de um servidor qualquer faltar?

a) 4%

b) 4,8%

c) 5,2%

d) 5,6%

e) 6%

Comentários:

A probabilidade de um servidor faltar, independentemente de chover ou não, pode ser calculada pelo Teorema da Probabilidade Total:

$$P(F) = P(F|C) \times P(C) + P(F|\bar{C}) \times P(\bar{C})$$

O enunciado informa que:

- a probabilidade de um servidor faltar quando chove é de 12%: $P(F|C) = 0{,}12$;
- a probabilidade de um servidor faltar quando não chove é de 2%: $P(F|\bar{C}) = 0{,}02$;
- a probabilidade de chover é de 40%: $P(C) = 0{,}4$;
  logo, a probabilidade de não chover é complementar: $P(\bar{C}) = 1 - 0{,}4 = 0{,}6$.

Substituindo esses dados na fórmula acima, temos:

$$P(F) = 0{,}12 \times 0{,}4 + 0{,}02 \times 0{,}6 = 0{,}048 + 0{,}012 = 0{,}06 = 6\%$$

Gabarito: E

15. (Consulplan/2022 – CM Unaí) Determinado curso preparatório para vestibulares possui duas modalidades de matrícula: básica e avançada. Após um levantamento realizado pelo gestor do curso, constatou-se que há 105 alunos matriculados na modalidade básica e 76 na modalidade avançada. Também foi constatado que 40% dos alunos da modalidade básica estão animados com o vestibular e que apenas 25% dos matriculados na modalidade avançada não estão animados com o vestibular.

Com base nessa situação hipotética, caso um aluno seja escolhido aleatoriamente para dar uma entrevista sobre tal curso preparatório, a probabilidade de que o entrevistado não esteja animado com o vestibular está compreendida entre:

a) 0 e 25,0%

b) 25,1% e 50,0%

c) 50,1% e 75,0%

d) 75,1% e 100,0%

Comentários:

Para calcular a probabilidade de um aluno selecionado estar desanimado, utilizamos a probabilidade total:

$$P(D) = P(D|B) \times P(B) + P(D|A) \times P(A)$$

O enunciado informa que há 105 alunos do curso básico e 76 alunos do curso avançado. Assim, o total de alunos é:

$$105 + 76 = 181$$

Logo, a probabilidade de o aluno selecionado pertencer ao curso básico é $P(B) = \frac{105}{181}$; e a probabilidade de o aluno pertencer ao curso avançado é $P(A) = \frac{76}{81}$.

Ademais, sabemos que 40% dos alunos do curso básico estão animados, logo a proporção de alunos desanimados é complementar: $P(D|B) = 100\% - 40\% = 60\% = 0{,}6$; e que 25% dos alunos do curso avançado estão desanimados: $P(D|A) = 25\% = 0{,}25$.

Substituindo esses dados na fórmula da probabilidade total, temos:

$$P(D) = 0{,}6 \times \frac{105}{181} + 0{,}25 \times \frac{76}{181} = \frac{63}{181} + \frac{19}{181} = \frac{82}{181} \cong 0{,}45$$

Que está entre 25,1% e 50%.

Gabarito: B

16. (Consulplan/2022 – Pref. Caeté) Em um estojo, há marcadores de texto com apenas três cores: verde, amarelo e rosa. Sabe-se que 40% dos marcadores de texto são verdes; 35% são amarelos; e, 25% são rosas. Adicionalmente, alguns marcadores de texto estão sem tinta nas seguintes porcentagens: 80% dos verdes; 60% dos amarelos; e, 50% dos rosas. Se um marcador de texto é escolhido aleatoriamente, qual a probabilidade dele não possuir tinta?

a) 0,345

b) 0,455

c) 0,545

d) 0,655

Comentários:

A probabilidade de um marcador estar sem tinta, independentemente da cor, pode ser calculada pelo Teorema da Probabilidade Total:

$$P(S) = P(S|V) \times P(V) + P(S|A) \times P(A) + P(S|R) \times P(R)$$

O enunciado informa que:

- $P(V) = 40\% = 0{,}4$ dos marcadores são verdes;
- $P(A) = 35\% = 0{,}35$ dos marcadores são amarelos;
- $P(R) = 25\% = 0{,}25$ dos marcadores são rosas;
- $P(S|V) = 80\% = 0{,}8$ dos marcadores verdes estão sem tinta;

- $P(S|A) = 60\% = 0{,}6$ dos marcadores amarelos estão sem tinta;
- $P(S|R) = 50\% = 0{,}5$ dos marcadores rosas estão sem tinta;

Substituindo esses dados na fórmula acima, temos:

$$P(S) = 0{,}8 \times 0{,}4 + 0{,}6 \times 0{,}35 + 0{,}5 \times 0{,}25 = 0{,}32 + 0{,}21 + 0{,}125 = 0{,}655$$

Gabarito: D

17. (FURB/2022 – Pref. Blumenau) Uma determinada peça é manufaturada por três fábricas (1, 2 e 3). A fábrica 1 produz o dobro de peças que a fábrica 2 e a fábrica 2 e 3 produzem o mesmo número de peças durante determinado tempo.

Ainda, 2% das peças produzidas pelas fábricas 1 e 2 são defeituosas, enquanto que 4% das produzidas pela fábrica 3 são defeituosas. Todas as peças produzidas são colocadas em um depósito. Considerando que uma peça é extraída ao acaso, a probabilidade de que essa peça seja defeituosa é de:

a) 0,025

b) 0,035

c) 0,02

d) 0,015

e) 0,01

Comentários:

A probabilidade de selecionar uma peça qualquer e ela ser defeituosa pode ser calculada pelo Teorema da Probabilidade Total:

$$P(D) = P(D|F1) \times P(F1) + P(D|F2) \times P(F2) + P(D|F3) \times P(F3)$$

O primeiro passo é calcular as probabilidades associadas a cada fábrica. Para isso, o enunciado informa que a fábrica 1 produz o dobro da fábrica 2:

$$P(F1) = 2 \times P(F2)$$

E que a fábrica 2 e 3 produzem a mesma proporção:

$$P(F2) = P(F3)$$

Sabendo que a soma das probabilidades de cada fábrica é igual a 1 (total do Espaço Amostral), temos:

$$P(F1) + P(F2) + P(F3) = 1$$

Substituindo as expressões anteriores, temos:

$$2 \times P(F2) + P(F2) + P(F2) = 1$$

$$4 \times P(F2) = 1$$

$$P(F2) = \frac{1}{4} = 0{,}25$$

Assim, temos $P(F1) = 2 \times 0{,}25 = 0{,}5$ e $P(F3) = 0{,}25$.

Ademais, o enunciado informa que:

- $P(D|F1) = P(D|F2) = 2\% = 0{,}02$ das peças produzidas pelas fábricas 1 e 2 são defeituosas; e
- $P(D|F3) = 4\% = 0{,}04$ das peças produzidas pela fábrica 3 são defeituosas.

Substituindo esses dados na fórmula acima, temos:

$$P(D) = 0{,}02 \times 0{,}5 + 0{,}02 \times 0{,}25 + 0{,}04 \times 0{,}25 = 0{,}01 + 0{,}005 + 0{,}01 = 0{,}025$$

Gabarito: A

18. (FURB/2022 – Pref. Blumenau) Uma determinada peça é manufaturada por três fábricas (1, 2 e 3). A fábrica 1 produz o dobro de peças que a fábrica 2 e a fábrica 2 e 3 produzem o mesmo número de peças durante determinado tempo. Ainda, 2% das peças produzidas pelas fábricas 1 e 2 são defeituosas, enquanto que 4% das produzidas pela fábrica 3 são defeituosas. Todas as peças produzidas são colocadas em um depósito.

Considerando que a peça extraída é defeituosa, a probabilidade de que ela seja da fábrica 1 é de:

a) 15%

b) 5%

c) 40%

d) 20%

e) 10%

Comentários:

A questão inverte os eventos a priori e a posteriori, o que nos leva a utilizar a fórmula de Bayes:

$$P(F1|D) = \frac{P(F1 \cap D)}{P(D)} = \frac{P(D|F1) \times P(F1)}{P(D|F1) \times P(F1) + P(D|F2) \times P(F2) + P(D|F3) \times P(F3)}$$

Na questão anterior, já calculamos a probabilidade de defeito, que corresponde ao denominador da fórmula:

$$P(D) = 0{,}02 \times 0{,}5 + 0{,}02 \times 0{,}25 + 0{,}04 \times 0{,}25 = 0{,}01 + 0{,}005 + 0{,}01 = 0{,}025$$

Sabendo que $P(D|F1) = 0{,}02$ e $P(F1) = 0{,}5$, então:

$$P(F1|D) = \frac{0{,}02 \times 0{,}5}{0{,}025} = \frac{0{,}01}{0{,}025} = \frac{2}{5} = 40\%$$

Gabarito: C

19. (Consulplan/2022 – SEED/PR) Em uma fábrica automotiva, as peças são produzidas pelas máquinas 1, 2 ou 3. A máquina 1 produz o dobro de peças da máquina 2 e o número de peças produzidas pela máquina 2 é igual ao número de peças produzidas pela máquina 3. Sabe-se que 4% das peças produzidas pela máquina 1 são defeituosas, enquanto que nas peças produzidas pelas máquinas 2 e 3 as porcentagens de peças defeituosas produzidas são 6% e 2%, respectivamente.

Se uma peça automotiva produzida por essa fábrica for escolhida ao acaso, a probabilidade dela ser defeituosa será de:

a) 0,02

b) 0,03

c) 0,04

d) 0,05

Comentários:

Essa questão é bem parecida com a anterior e devemos utilizar o Teorema da Probabilidade Total para calcular a probabilidade de selecionar uma peça defeituosa:

$$P(D) = P(D|M1) \times P(M1) + P(D|M2) \times P(M2) + P(D|M3) \times P(M3)$$

O enunciado informa que a máquina 1 produz o dobro da máquina 2 e que esta última produz a mesma quantidade da máquina 3. Sabendo que a soma de todas as probabilidades é igual a 1, então:

$$P(M1) + P(M2) + P(M3) = 1$$

$$2 \times P(M2) + P(M2) + P(M2) = 1$$

$$4 \times P(M2) = 1$$

$$P(M2) = \frac{1}{4} = 0{,}25$$

Dessa forma, $P(M1) = 2 \times 0{,}25 = 0{,}5$ e $P(M3) = 0{,}25$.

Ademais, o enunciado informa que:

- $P(D|M1) = 4\% = 0{,}04$ das peças produzidas pela máquina 1 são defeituosas;
- $P(D|M2) = 6\% = 0{,}06$ das peças produzidas pela máquina 2 são defeituosas; e
- $P(D|M1) = 2\% = 0{,}02$ das peças produzidas pela máquina 3 são defeituosas.

Substituindo esses dados na fórmula acima, temos:

$$P(D) = 0{,}04 \times 0{,}5 + 0{,}06 \times 0{,}25 + 0{,}02 \times 0{,}25 = 0{,}02 + 0{,}015 + 0{,}005 = 0{,}04$$

Gabarito: C

20. (QUADRIX/2022 – COREN/AP) Em uma equipe de competição de jiu-jitsu, há 6 faixas brancas, 1 faixa azul, 4 faixas roxa, 2 faixas marrons e 1 faixa preta.

Com base nessa situação hipotética, julgue o item.

Suponha-se que um competidor tenha sido selecionado ao acaso. Nesse caso, sabendo-se que ele não é faixa branca, a probabilidade de ele ser faixa preta é de 6,25%.

Comentários:

Precisamos calcular a probabilidade de o competidor ser faixa preta, dado que ele não é faixa branca. Essa probabilidade condicional pode ser calculada pelo número de competidores são faixa preta e não são faixa branca dividido pelo número de competidores que não são faixa branca:

$$P(Pr|\bar{B}) = \frac{P(Pr \cap \bar{B})}{P(\bar{B})} = \frac{n(Pr \cap \bar{B})}{n(\bar{B})}$$

Como os competidores que são faixa preta necessariamente não são faixa branca, a probabilidade desejada pode ser calculada pela razão entre o número de competidores faixa preta e o número de competidores que não são faixa branca:

$$P(Pr|\bar{B}) = \frac{n(Pr)}{n(\bar{B})}$$

Segundo as informações do enunciado, há 1 faixa preta e 8 competidores que não são faixa branca:

$$P(Pr|\bar{B}) = \frac{1}{8} = 12{,}5\%$$

Gabarito: Errado

21. (IBFC/2022 – PC/BA) Um delegado precisa analisar 16 inquéritos distintos, sendo 6 relacionados a roubo, 5 relacionados à agressão e o restante relacionados à pensão alimentícia. Nessas condições, a probabilidade desse delegado escolher somente um inquérito e esse ser relacionado a roubo, sabendo que esse inquérito não é relacionado à agressão, é aproximadamente igual a:

a) 55%

b) 38%

c) 67%

d) 44%

e) 75%

Comentários:

Precisamos calcular a probabilidade de escolher um processo de roubo, sabendo que o processo não é de agressão. Essa probabilidade condicional pode ser calculada pela razão entre o número de processos de roubo e o número de processos que não são de agressão:

$$P(R|\bar{A}) = \frac{P(R \cap \bar{A})}{P(\bar{A})} = \frac{n(R \cap \bar{A})}{n(\bar{A})} = \frac{n(R)}{n(\bar{A})}$$

O enunciado informa que há 16 processos no total, dos quais 5 são de agressão. Logo, o número de processos que não são de agressão é:

$$n(\bar{A}) = 16 - 5 = 11$$

Sabendo que há 6 processos de roubo, a probabilidade desejada é:

$$P(R|\bar{A}) = \frac{6}{11} \cong 55\%$$

Gabarito: A

22. (IBFC/2022 – PM/RN) Na formatura de conclusão do curso preparatório de cadetes compareceram 15 tenentes, 12 capitães, 10 majores e 3 coronéis. Se um deles for escolhido para ser o Paraninfo, a probabilidade de ser um capitão, sabendo que não é coronel, é aproximadamente igual a:

a) 32%

b) 40%

c) 38%

d) 27%

e) 42%

Comentários:

Precisamos calcular a probabilidade de escolher um capitão, sabendo que o escolhido não é coronel. Essa probabilidade condicional pode ser calculada pela razão entre o número de capitães e o número de profissionais que não são coronéis:

$$P(Cap|\overline{Cor}) = \frac{P(Cap \cap \overline{Cor})}{P(\overline{Cor})} = \frac{n(Cap \cap \overline{Cor})}{n(\overline{Cor})} = \frac{n(Cap)}{n(\overline{Cor})}$$

O enunciado informa que há 15 tenentes, 12 capitães e 10 majores. Assim, o número de profissionais que não são coronéis é:

$$n(\overline{Cor}) = 15 + 12 + 10 = 37$$

E a probabilidade desejada é:

$$P(Cap|\overline{Cor}) = \frac{12}{37} \cong 32\%$$

Gabarito: A

23. (FURB/2022 – Pref. Blumenau) Considere uma amostra de 350 mitocôndrias rejuvenescidas, em que 8 são mutáveis. Se duas são selecionadas ao acaso, a probabilidade de que a segunda selecionada seja mutável dado que a primeira foi mutável é de:

a) 0,03

b) 0,06

c) 0,02

d) 0,05

e) 0,04

Comentários:

Considerando que a primeira mitocôndria selecionada é mutável, restam 349 mitocôndrias, das quais 7 são mutáveis. Assim, a probabilidade de selecionar uma segunda mitocôndria mutável nessas condições é:

$$P(M2|M1) = \frac{7}{349} \cong \frac{1}{50} = 0{,}02$$

Gabarito: C

24. (FURB/2022 – Pref. Blumenau) Considere a tabela abaixo referente a um estudo sobre pressão e peso.

Pressão	Peso	
	Excesso	Normal
Alta	0,15	0,05
Normal	0,20	0,60

A probabilidade de um indivíduo que tem excesso de peso ter pressão alta é de:

a) 0,42

b) 0,43

c) 0,40

d) 0,30

e) 0,50

Comentários:

A probabilidade de um indivíduo ter pressão alta, dado que tem excesso de peso é a razão entre a probabilidade da interseção e a probabilidade de um indivíduo ter excesso de peso:

$$P(Al|Ex) = \frac{P(Al \cap Ex)}{P(Ex)}$$

Pela tabela fornecida, observamos que a probabilidade da interseção é $P(Al \cap Ex) = 0{,}15$ e a probabilidade de um indivíduo ter excesso de peso é a soma dos valores da coluna correspondente:

$$P(Ex) = 0{,}15 + 0{,}20 = 0{,}35$$

Logo, a probabilidade é:

$$P(Al|Ex) = \frac{0{,}15}{0{,}35} = \frac{3}{7} \cong 0{,}43$$

Gabarito: B

25. (FURB/2022 – Pref. Blumenau) Considere a tabela abaixo referente a um estudo sobre transmutação de folhas.

Transmutação total da cor	Transmutação total da textura	
	Sim	Não
Sim	243	26
Não	13	18

Considerando que a folha não complete a transformação textural, a probabilidade de que ela completará a transformação de cor é de:

a) 0,62

b) 0,59

c) 0,60

d) 0,61

e) 0,63

Comentários:

A probabilidade condicional é a razão entre a probabilidade da interseção e a probabilidade do evento a priori, mas também pode ser calculada pela razão entre o número de elementos da interseção e o número de elementos do evento a priori:

$$P(C|\overline{T}) = \frac{P(C \cap \overline{T})}{P(\overline{T})} = \frac{n(C \cap \overline{T})}{n(\overline{T})}$$

Pela tabela fornecida, observamos que o número de elementos da interseção entre "sim" para Cor e "não" para Textura é $n(C \cap \bar{T}) = 26$. Já o número de elementos do evento a priori é a soma dos elementos da coluna "não" para Textura:

$$n(\bar{T}) = 26 + 18 = 44$$

Logo, a probabilidade é:

$$P(C|\bar{T}) = \frac{26}{44} = \frac{13}{22} \cong 0{,}59$$

Gabarito: B

26. (IBFC/2022 – DETRAN/AM) A tabela indica o total de atletas de um centro de treinamento, em duas modalidades.

Modalidade	Ginástica Artística	Judô
Homens	12	25
Mulheres	23	17

De acordo com a tabela a probabilidade de que uma mulher seja escolhida para hastear a bandeira num campeonato mundial sabendo que ela é da modalidade judô é:

a) 20/21

b) 40/77

c) 17/77

d) 17/42

Comentários:

A probabilidade condicional pode ser calculada pela razão entre o número de elementos da interseção e o número de elementos do evento a priori:

$$P(M|J) = \frac{P(M \cap J)}{P(J)} = \frac{n(M \cap J)}{n(J)}$$

Pela tabela fornecida, observamos que o número de elementos da interseção das mulheres que fazem judô é $n(M \cap J) = 17$. Já o número de atletas de judô é a soma da coluna correspondente:

$$n(J) = 25 + 17 = 42$$

Logo, a probabilidade é:

$$P(M|J) = \frac{17}{42}$$

Gabarito: D

27. (IBFC/2022 – PC/BA) A tabela indica a idade das pessoas atendidas numa delegacia em certo dia.

	Até 30 anos	Acima de 30 anos
Homens	15	13
Mulheres	10	12

Se uma pessoa fosse escolhida, aleatoriamente, a probabilidade de ela ser uma mulher, sabendo que sua idade é de até 30 anos é igual:

a) 20%

b) 40%

c) 50%

d) 30%

e) 45%

Comentários:

A probabilidade de a pessoa ser mulher, dado que tem até 30 anos, é a razão entre o número de mulheres de até 30 anos (Jovens) e o número de pessoas de até 30 anos (Jovens):

$$P(M|J) = \frac{P(M \cap J)}{P(J)} = \frac{n(M \cap J)}{n(J)}$$

Pela tabela fornecida, observamos que o número de elementos da interseção das mulheres de até 30 anos é $n(M \cap J) = 10$. Já o número de pessoas de até 30 anos é a soma da coluna correspondente:

$$n(J) = 15 + 10 = 25$$

Logo, a probabilidade é:

$$P(M|J) = \frac{10}{25} = \frac{40}{100} = 40\%$$

Gabarito: B

28. (Consulplan/2022 – Pref. Caeté) Em um determinado dia, 200 clientes de um supermercado foram questionados a respeito da marca preferida de café. Considerando que cada cliente optou por apenas uma das marcas A, B ou C, a tabela seguinte retrata o resultado dessa pesquisa; observe:

	Marca A	Marca B	Marca C
Masculino	20	50	10
Feminino	20	80	20

Se uma pessoa for escolhida ao acaso e for verificado que ela é do sexo masculino, qual a probabilidade dessa pessoa ter optado pela marca A?

a) 0,10

b) 0,15

c) 0,25

d) 0,50

Comentários:

A probabilidade de a pessoa ter optado pela marca A, dado que é do sexo masculino, é a razão entre o número de pessoas do sexo masculino que optaram pela marca A e o número total de pessoas do sexo masculino:

$$P(A|M) = \frac{P(A \cap M)}{P(M)} = \frac{n(A \cap M)}{n(M)}$$

Pela tabela fornecida, observamos que o número de elementos da interseção das pessoas do sexo masculino que optaram pela marca A é $n(A \cap M) = 20$.

Já, o número total de pessoas do sexo masculino é a soma da linha correspondente:

$$n(M) = 20 + 50 + 10 = 80$$

Logo, a probabilidade é:

$$P(A|M) = \frac{20}{80} = \frac{1}{4} = 0{,}25$$

Gabarito: C

29. (CONSULPLAN/2022 – PM/RN) Uma pesquisa foi conduzida em uma amostra de 220 profissionais da saúde para investigar se houve um aumento de insônia durante a pandemia do Coronavírus (Covid-19).

A tabela apresenta o resultado da pesquisa:

	Aumento de Insônia	
Sexo	**Sim**	**Não**
Masculino	**46**	**82**
Feminino	**38**	**54**

Considere os eventos:

- **X: selecionar uma mulher dentre todos os profissionais de saúde entrevistados;**
- **Y: selecionar um homem dentre os profissionais de saúde entrevistados que tiveram aumento de insônia; e,**
- **Z: selecionar um profissional de saúde que não teve aumento de insônia dentre as mulheres entrevistadas.**

Sobre a probabilidade (P) de ocorrência de cada um dos eventos anteriores, é correto afirmar que:

a) P(X) < P(Y) < P(Z)

b) P(X) < P(Z) < P(Y)

c) P(Y) < P(X) < P(Z)

d) P(Z) < P(Y) < P(X)

e) P(Z) < P(X) < P(Y)

Comentários:

Para responder a essa questão, vamos calcular os totais de cada linha e cada coluna da tabela:

	Aumento de Insônia		**Totais**
Sexo	Sim	Não	
Masculino	46	82	**128**
Feminino	38	54	**92**
Totais	**84**	**136**	**220**

A probabilidade de selecionar uma mulher dentre todos os profissionais (X) é a razão entre o número de mulheres e o número total de profissionais:

$$P(X) = P(Fe) = \frac{n(Fe)}{n(U)} = \frac{92}{220} \cong 0{,}42$$

A probabilidade condicional de selecionar um homem dentre os profissionais que tiveram aumento de insônia (Y) pode ser calculada pela razão entre os homens que tiveram aumento de insônia e o número total de profissionais que tiveram aumento de insônia:

$$P(Y) = P(Ma|AI) = \frac{P(Ma \cap AI)}{P(AI)} = \frac{n(Ma \cap AI)}{n(AI)} = \frac{46}{84} \cong 0{,}55$$

E a probabilidade condicional de selecionar um profissional que não teve aumento de insônia dentre as mulheres (Z) pode ser calculada pela razão entre as mulheres que não tiveram aumento de insônia e o número total de mulheres:

$$P(Z) = P(\overline{AI}|Fe) = \frac{P(\overline{AI} \cap Fe)}{P(Fe)} = \frac{n(\overline{AI} \cap Fe)}{n(Fe)} = \frac{54}{92} \cong 0{,}59$$

Assim, as probabilidades, em ordem crescente, são P(X) < P(Y) < P(Z).

Gabarito: A

30. (UNESC/2022 – Pref. Laguna) Se Leila costuma visitar sua mãe às segundas, quartas, quintas e sextas e Paulo, seu irmão, às segundas, terças, quintas e sábados, qual é a probabilidade de Paulo chegar na casa da mãe e encontrar com Leila?

a) A probabilidade é de 35%

b) A probabilidade é de 25%

c) A probabilidade é de 40%

d) A probabilidade é de 50%

e) A probabilidade é de 20%

Comentários:

O enunciado pede a probabilidade de Paulo chegar na casa e encontrar com Leila, ou seja, a probabilidade de Leila estar visitando a mãe, dado que Paulo está visitando:

$$P(L|Pa) = \frac{P(L \cap Pa)}{P(Pa)}$$

Como o número total de dias é o mesmo, essa probabilidade corresponde à razão entre o número de dias que ambos visitam e o número de dias que Paulo visita:

$$P(L|Pa) = \frac{n(L \cap Pa)}{n(Pa)}$$

Paulo visita a mãe $n(Pa) = 4$ dias da semana e tanto Leila quanto Paulo visitam às segundas e quintas, $n(L \cap Pa) = 2$, logo:

$$P(L|Pa) = \frac{2}{4} = \frac{1}{2} = 50\%$$

Gabarito: D

31. (FURB/2022 – Pref. Blumenau) Se A e B são dois eventos tais que P(A)=1/2, P(B)=1/4 e P(A|B)=1/3, o valor da probabilidade de A interseção com B é de:

a) 1/8

b) 1/12

c) 1/6

d) 1/2

e) 1/4

Comentários:

A probabilidade condicional é a razão entre a probabilidade da interseção e a probabilidade do evento a priori:

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

Sabendo que essa probabilidade condicional é igual a $\frac{1}{3}$ e que $P(B) = \frac{1}{4}$, então a probabilidade da interseção é:

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{\frac{1}{4}} = \frac{1}{3}$$

$$P(A \cap B) = \frac{1}{3} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{12}$$

Gabarito: B

32. (IBADE/2022 – SEA/SC) Em probabilidade dizemos que dois eventos são considerados independentes, quando a realização ou a não realização de um dos eventos não afeta a probabilidade da realização do outro e vice-versa. Então, sendo P1 a probabilidade de realização do primeiro evento e P2 a probabilidade de realização do segundo evento, a probabilidade de que tais eventos se realizem simultaneamente é dada por:

a) $P = P1 \times P2 - \left(\frac{P1}{P2}\right)$

b) $P = \frac{P1}{P2}$

c) $P = P1 - P2$

d) $P = P1 \times P2$

e) $P = P1 + P2$

Comentários:

A realização simultânea de dois eventos corresponde à interseção entre eles. Sendo eles independentes, então a probabilidade da interseção é o produto das probabilidades:

$$P = P1 \times P2$$

Gabarito: D

33. (Legalle/2022 – Pref. Hulha Negra) Um funcionário da prefeitura está participando de uma competição de arco e flecha. Ele deve acertar a flecha em uma maçã disposta em um totem a 5m de distância. Sabe-se que a probabilidade desse funcionário acertar a flecha é de 90%, independentemente se tiver acertado as flechas anteriores ou não. Assim, após fazer dois lançamentos seguidos, a probabilidade desse funcionário ter acertado as duas flechas na maçã é de:

a) 81%

b) 90%

c) 91%

d) 20%

e) 100%

Comentários:

O enunciado informa que a probabilidade de o funcionário acertar o alvo em cada lançamento é de 90%. Assim, a probabilidade de ele acertar 2 lançamentos (interseção de eventos independentes) é o produto:

$$P = 90\% \times 90\% = 81\%$$

Gabarito: A

34. (FEPESE/2022 – CASAN) Um zoológico tem um casal de hipopótamos. Assuma que no nascimento de um hipopótamo a probabilidade de cada um dos sexos ocorrer é a mesma. Logo, se o referido casal de hipopótamos tem 3 filhotes, então a probabilidade de todos os filhotes serem do mesmo sexo é:

a) Maior que 26%

b) Maior que 22% e menor que 26%

c) Maior que 18% e menor que 14%

d) Maior que 14% e menor que 18%

e) Menor que 14%

Comentários:

Para que todos os filhotes sejam do mesmo sexo, o primeiro pode ser de qualquer sexo, enquanto o segundo e o terceiro precisam ser do mesmo sexo do primeiro. Sabendo que a probabilidade de cada um ser do mesmo sexo é igual a 0,5, então a probabilidade de o segundo e o terceiro filhotes serem do mesmo sexo (interseção de eventos independentes) é o produto:

$$P = 0{,}5 \times 0{,}5 = 0{,}25$$

Que é maior que 22% e menor que 26%.

Gabarito: B

35. (QUADRIX/2022 – CRT/MG) Anderson e Bárbara resolveram jogar par ou ímpar de uma forma nada convencional. Cada um lançaria um dado com faces gravadas com números de um a seis. Se o produto dos números observados fosse par, Bárbara seria a vencedora. Se o produto dos números observados fosse ímpar, Anderson seria o vencedor. Com base nessa situação hipotética, julgue o item.

A probabilidade de Anderson vencer a disputa é de 25%.

Comentários:

Para que Anderson vença, é necessário que o produto dos resultados dos dois dados seja ímpar. Para isso, é necessário que ambos os resultados sejam ímpares.

Sabendo que a probabilidade de obter um número ímpar em um dado é $\frac{3}{6} = 0{,}5$, a probabilidade de obter números ímpares nos dois dados é o produto (interseção de eventos independentes):

$$P(i,i) = 0{,}5 \times 0{,}5 = 0{,}25 = 25\%$$

Gabarito: Certo

36. (QUADRIX/2022 – CRT/MG) Anderson e Bárbara resolveram jogar par ou ímpar de uma forma nada convencional. Cada um lançaria um dado com faces gravadas com números de um a seis. Se o produto dos números observados fosse par, Bárbara seria a vencedora. Se o produto dos números observados fosse ímpar, Anderson seria o vencedor.

Com base nessa situação hipotética, julgue o item.

Se a soma dos números observados for igual a 8, a probabilidade de Bárbara vencer a disputa é de 60%.

Comentários:

Para que a soma seja igual a 8, as possibilidades dos resultados dos dados são:

{(2,6), (3,5), (4,4), (5,3), (6,2)}

Dentre essas 5 possibilidades (igualmente prováveis), em 3 delas o produto é par, ou seja, Bárbara é vencedora. A probabilidade de isso ocorrer:

$$P = \frac{3}{5} = 60\%$$

Gabarito: Certo

37. (FEPESE/2022 – Pref. Guatambu) Para ir da cidade A para a cidade B, existem 6 caminhos, dos quais 2 são asfaltados e os outros são de estrada de chão. Para ir da cidade B para C, existem 5 caminhos, dos quais 3 são asfaltados e os outros são de estrada de chão. Desta forma, ao escolher aleatoriamente um caminho da cidade A para a cidade C, passando por B (e usando somente os caminhos mencionados), a probabilidade de o caminho escolhido conter apenas estradas asfaltadas é:

a) Maior que 27%

b) Maior que 25% e menor que 27%

c) Maior que 23% e menor que 25%

d) Maior que 21% e menor que 23%

e) Menor que 21%

Comentários:

A questão pede a probabilidade de percorrer ambos os trechos, de A até B e de B até C, passando apenas por estradas asfaltadas. O enunciado informa que, dos 6 caminhos de A até B, 2 são asfaltados. Assim, a probabilidade de escolher um caminho asfaltado nesse primeiro trecho é:

$$P_I(Asf) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

Ademais, dos 5 caminhos de B até C, 3 são asfaltados. Logo, a probabilidade de escolher um caminho asfaltado nesse segundo trecho é:

$$P_{II}(Asf) = \frac{3}{5}$$

E a probabilidade de escolher caminhos asfaltados no primeiro E no segundo trecho (interseção de eventos independentes) é o produto:

$$P = \frac{1}{3} \times \frac{3}{5} = \frac{1}{5} = 20\%$$

Que é menor que 21%.

Gabarito: E

38. (IDIB/2022 – GOINFRA) Dois amigos jogando bola sabem a probabilidade do acerto no gol de cada um: a probabilidade do primeiro acertar o gol é de $\frac{1}{3}$, já a probabilidade do segundo acertar o gol é de $\frac{1}{2}$. Qual a probabilidade de ambos acertarem o gol?

a) 1/2

b) 1/3

c) 1/4

d) 1/5

e) 1/6

Comentários:

A questão pede a probabilidade de os dois amigos acertarem o gol, que corresponde ao produto das probabilidades (interseção de eventos independentes):

$$P(A1 \cap A2) = P(A1) \times P(A2)$$

Sabendo que a probabilidade de o primeiro amigo acertar o gol é $P(A1) = \frac{1}{3}$ e a probabilidade de o segundo amigo acertar o gol é $P(A2) = \frac{1}{2}$, então:

$$P(A1 \cap A2) = \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{6}$$

Gabarito: E

39. (IDECAN/2022 – SEFAZ/RR) Três alunos na faculdade estão concorrendo a uma vaga de seleção para bolsa de monitoria. O professor que aplica a prova conhece os três alunos, e sabendo do potencial de cada um, ele afirma que a probabilidade de Antônio resolver um problema é de P(A) = $\frac{1}{2}$, já Bruno é de P(B) = $\frac{1}{3}$ e Carlos P(C) = $\frac{1}{4}$. Determine a probabilidade que em que os três resolvam o problema.

a) P = 1/12

b) P = 1/18

c) P = 1/22

d) P = 1/24

e) P = 1/28

Comentários:

A questão pede a probabilidade de os três alunos resolverem o problema, que corresponde ao produto das probabilidades (interseção de eventos independentes):

$$P(A \cap B \cap C) = P(A) \times P(B) \times P(C)$$

Sabendo que a probabilidade de Antônio resolver é $P(A) = \frac{1}{2}$, que a probabilidade de Bruno resolver é $P(B) = \frac{1}{3}$ e que a probabilidade de Carlos resolver é $P(C) = \frac{1}{4}$, então:

$$P(A \cap B \cap C) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{24}$$

Gabarito: D

40. (IBADE/2022 – PM/PB) São realizados 4 lançamentos sucessivos de um dado perfeito. Qual a probabilidade de ocorrer, nos quatro casos, o número 3?

a) 1/1296

b) 1/81

c) 1/27

d) 81

Comentários:

A questão pede a probabilidade de os quatro resultados do dado serem iguais ao número 3. Sabendo que os lançamentos são independentes, a interseção corresponde ao produto das probabilidades.

Ademais, considerando que a probabilidade de obter o número 3 em um lançamento é $p = \frac{1}{6}$, então:

$$P = \frac{1}{6} \times \frac{1}{6} \times \frac{1}{6} \times \frac{1}{6} = \frac{1}{1296}$$

Gabarito: A

41. (Consulplan/2022 – SEED/PR) Os irmãos Roberto e Ricardo estão brincando de lançar moedas honestas e anotar o resultado. Se Roberto lançar uma moeda duas vezes e Ricardo lançar uma única vez, qual a probabilidade de Roberto obter o mesmo número de coroas de Ricardo? (Considere que os lançamentos de moedas são eventos independentes.)

a) 1/4

b) 3/8

c) 5/8

d) 7/8

Comentários:

Para que Roberto, que lançará a moeda 2 vezes, e Ricardo, que lançará a moeda 1 vez, obtenham o mesmo número de coroas, é possível ambos obtenham 0 coroa **ou** 1 coroa cada.

A probabilidade de Ricardo obter 0 coroa, ou seja, de o resultado do lançamento ser cara é $P(Ric_{0_Ca}) = \frac{1}{2}$.

Para que Roberto obtenha 0 coroa, é necessário que ele obtenha cara nos dois lançamentos. A probabilidade desse evento é dada pelo produto das probabilidades (interseção de eventos independentes):

$$P(Rob_{0_Ca}) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

E a probabilidade de **ambos** obterem 0 coroa é o produto das probabilidades (interseção de eventos independentes):

$$P(Ca_0) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{8}$$

Por outro lado, a probabilidade de Ricardo obter 1 coroa, ou seja, de o resultado do lançamento ser coroa é $P(Ric_{1_Ca}) = \frac{1}{2}$.

Para que Roberto obtenha 1 coroa, ele pode obter coroa no primeiro lançamento e cara no segundo lançamento OU cara no primeiro lançamento e coroa no segundo lançamento. A probabilidade de ele obter coroa e depois cara corresponde ao produto das probabilidades (interseção de eventos independentes):

$$P(Rob_{Co,Ca}) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

Assim como a probabilidade de ele obter cara e depois coroa:

$$P(Rob_{Ca,Co}) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

Considerando que esses eventos são mutuamente excludentes, a probabilidade de Roberto obter 1 coroa, em qualquer ordem, é a soma:

$$P(Rob_{1_Ca}) = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{2}{4}$$

E a probabilidade de **ambos** obterem 1 coroa é o produto das probabilidades (interseção de eventos independentes):

$$P(Ca_1) = \frac{1}{2} \times \frac{2}{4} = \frac{2}{8}$$

Considerando que os eventos 0 ou 1 Coroa são mutuamente excludentes, a probabilidade de Ricardo e Roberto obterem o mesmo número de coroas é a soma:

$$P(Ca_0 \ ou \ Ca_1) = \frac{1}{8} + \frac{2}{8} = \frac{3}{8}$$

Gabarito: B

42. (Objetiva/2022 – Pref. Simão Dias) Segundo o serviço meteorológico de certa região, a probabilidade de chover, em certo dia, na cidade A, é de 25% e, na cidade B, é de 40%. Sendo assim, qual a probabilidade de que, nesse dia, chova na cidade A, e não chova na cidade B?

a) 30%

b) 25%

c) 20%

d) 15%

e) 10%

Comentários:

A questão pede a probabilidade de chover na cidade A e não chover na cidade B, que corresponde ao produto das probabilidades (interseção de eventos independentes):

$$P(A \cap \bar{B}) = P(A) \times P(\bar{B})$$

Sabemos que a probabilidade de chover na cidade A é $P(A) = 25\% = 0{,}25$; e que a probabilidade de chover na cidade B é $P(B) = 40\% = 0{,}4$, logo, a probabilidade de não chover na cidade B é complementar:

$$P(\bar{B}) = 1 - 0{,}4 = 0{,}6$$

E a probabilidade da interseção é:

$$P(A \cap \bar{B}) = 0{,}25 \times 0{,}6 = 0{,}15 = 15\%$$

Gabarito: D

43. (Objetiva/2022 – 7 Lagoas) Sabe-se que, em certo final de semana, a probabilidade de chover no sábado é de 40%, e a probabilidade de chover no domingo é de 80%. Sendo assim, assinalar a alternativa que apresenta a probabilidade de, nesse final de semana, chover no sábado e não chover no domingo:

a) 40%

b) 20%

c) 12%

d) 8%

Comentários:

A questão pede a probabilidade de chover no sábado e não chover no domingo, que corresponde ao produto das probabilidades (interseção de eventos independentes):

$$P(S \cap \bar{D}) = P(S) \times P(\bar{D})$$

Sabemos que a probabilidade de chover no sábado é $P(S) = 40\% = 0{,}4$; e que a probabilidade de chover no domingo é $P(D) = 80\% = 0{,}8$, logo, a probabilidade de não chover no domingo é complementar:

$$P(\bar{D}) = 1 - 0{,}8 = 0{,}2$$

E a probabilidade da interseção é:

$$P(S \cap \bar{D}) = 0{,}4 \times 0{,}2 = 0{,}08 = 8\%$$

Gabarito: D

44. (SELECON/2022 – Amazul) A probabilidade de um homem comprar um imóvel é de 2/5, e a probabilidade de uma mulher comprar um imóvel é de 2/3, segundo uma corretora de imóveis local. Com base nessa informação, a probabilidade de somente mulher comprar imóvel é de:

a) 2/15

b) 1/5

c) 4/15

d) 2/5

Comentários:

O enunciado informa que a probabilidade de um homem comprar um imóvel é $P(H) = \frac{2}{5}$ e a probabilidade de uma mulher comprar um imóvel é $P(M) = \frac{2}{3}$. Considerando que esses eventos são independentes, a probabilidade de ambos comprarem o imóvel (interseção) é o produto:

$$P(H \cap M) = P(H) \times P(M) = \frac{2}{5} \times \frac{2}{3} = \frac{4}{15}$$

E a probabilidade de somente a mulher comprar é a probabilidade de a mulher comprar menor a probabilidade da interseção:

$$P(M - H) = P(M) - P(H \cap M) = \frac{2}{3} - \frac{4}{15} = \frac{10 - 4}{15} = \frac{6}{15} = \frac{2}{5}$$

Gabarito: D

45. (FAPEC/2022 – UFMS) No ano de 2017, ano em que o time de futebol do Grêmio Foot-Ball Porto Alegrense sagrou-se tricampeão da Copa Libertadores da América, dois jogadores do elenco participaram de uma experiência sobre cobranças de pênaltis. O jogador Luan obteve, durante a experiência, uma probabilidade (A) de 2/3 de gols marcados. Já o jogador Lucas Barrios obteve, durante essa mesma experiência, a probabilidade (B) de 3/5 de gols marcados. Considerando os eventos (A) e (B) independentes e que os dois jogadores batam pênaltis em um mesmo evento(jogo), assinale qual a probabilidade de ao menos um deles marco o gol.

a) 5/5, ou seja, 100%

b) 13/15, aproximadamente 86,6%

c) 9/15, aproximadamente 60%

d) 1/2, ou seja, 50%

e) 6/15, ou seja, 40%

Comentários:

A probabilidade de ao menos um marcar o gol corresponde à união dos eventos:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

Por serem eventos independentes, a probabilidade da interseção é o produto das probabilidades:

$$P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$$

Sendo $P(A) = \frac{2}{3}$ e $P(B) = \frac{3}{5}$, então a probabilidade da interseção é:

$$P(A \cap B) = \frac{2}{3} \times \frac{3}{5} = \frac{2}{5}$$

E a probabilidade da união é:

$$P(A \cup B) = \frac{2}{3} + \frac{3}{5} - \frac{2}{5} = \frac{10 + 9 - 6}{15} = \frac{13}{15}$$

Gabarito: B

46. (Consulplan/2022 – SEED/PR) Ao visitar uma loja de roupas, a probabilidade de Luciana comprar uma calça jeans é 0,3 e a probabilidade de uma camisola ser adquirida por ela é 0,4. Considerando que esses dois eventos são independentes, qual a probabilidade de Luciana NÃO comprar nem uma calça jeans e nem uma camisola?

a) 0,30

b) 0,42

c) 0,58

d) 0,70

Comentários:

O enunciado informa que os eventos são independentes, logo a probabilidade da interseção é igual ao produto das probabilidades. Sabendo que a probabilidade de Luciana comprar uma calça jeans é $P(J) = 0{,}3$ e que a probabilidade de ela comprar uma camisola é $P(C) = 0{,}4$, então a probabilidade da interseção é:

$$P(J \cap C) = P(J) \times P(C) = 0{,}3 \times 0{,}4 = 0{,}12$$

Já, a probabilidade de ela NÃO comprar nem uma nem outra é o complemento da união:

$$P(\bar{J} \cap \bar{C}) = P(\overline{J \cup C}) = 1 - P(J \cup C)$$

Por sua vez, a probabilidade da união é:

$$P(J \cup C) = P(J) + P(C) - P(J \cap C) = 0{,}3 + 0{,}4 - 0{,}12 = 0{,}58$$

Logo, a probabilidade desejada é:

$$P(\bar{J} \cap \bar{C}) = 1 - 0{,}58 = 0{,}42$$

Gabarito: B

47. (AOCP/2022 – IF/RO) Dados dois eventos independentes A e B, de tal modo que P(A U B) = 0,8 e P(A) = 0,6, qual é o valor de P(B)?

a) 0,2

b) 1,4

c) 0,4

d) 0,5

e) 0,3

Comentários:

A probabilidade da união dos eventos é dada por:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

Por serem eventos independentes, a probabilidade da interseção é o produto das probabilidades:

$$P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$$

Sendo $P(A) = 0{,}6$ e $P(A \cup B) = 0{,}8$, então:

$$P(A \cup B) = 0{,}6 + P(B) - 0{,}6 \times P(B) = 0{,}8$$

$$0{,}4 \times P(B) = 0{,}2$$

$$P(B) = \frac{0{,}2}{0{,}4} = 0{,}5$$

Gabarito: D

48. (Consulplan/2022 – SEEED/PR) Luciana solicitou uma análise de crédito em três bancos distintos (X, Y e Z), visando à aquisição de um cartão sem anuidade. A probabilidade dela conseguir esse cartão nos bancos X, Y e Z é 0,20, 0,30 e 0,45, respectivamente. Considerando que as aquisições dos cartões nos diferentes bancos são eventos independentes, qual a probabilidade de Luciana conseguir o cartão em pelo menos um dos bancos?

a) 0,450

b) 0,545

c) 0,692

d) 0,725

Comentários:

A probabilidade da união de três eventos é dada por:

$$P(X \cup Y \cup Z) = P(X) + P(Y) + P(Z) - P(X \cap Y) - P(X \cap Z) - P(Y \cap Z) + P(X \cap Y \cap Z)$$

Sendo os três eventos independentes, então as probabilidades das interseções correspondem aos produtos das probabilidades. Sendo $P(X) = 0{,}20$, $P(Y) = 0{,}30$ e $P(Z) = 0{,}45$, então:

$$P(X \cap Y) = P(X) \times P(Y) = 0{,}20 \times 0{,}30 = 0{,}06$$

$$P(X \cap Z) = P(X) \times P(Z) = 0{,}20 \times 0{,}45 = 0{,}09$$

$$P(Y \cap Z) = P(Y) \times P(Z) = 0{,}30 \times 0{,}45 = 0{,}135$$

$$P(X \cap Y \cap Z) = P(X) \times P(Y) \times P(Z) = 0{,}20 \times 0{,}30 \times 0{,}45 = 0{,}027$$

Assim, a probabilidade da união dos três eventos é:

$$P(X \cup Y \cup Z) = 0{,}20 + 0{,}30 + 0{,}45 - 0{,}06 - 0{,}09 - 0{,}135 + 0{,}027 = 0{,}95 - 0{,}285 + 0{,}027 = 0{,}692$$

Gabarito: C

49. (Consulplan/2022 – Pref. Irauçuba) Sejam A e B eventos independentes, analise as sentenças abaixo:

( ) A^C e B^C são independentes.

( ) A^C e B são independentes.

( ) A^C e B^C não são independentes.

Pode-se concluir que as proposições são verdadeiras (V) ou falsas (F), respectivamente, pela sequência:

a) V-V-F

b) F-V-V

c) V-F-V

d) F-V-F

Comentários:

Quando a independência é verificada em relação à dois eventos, ela também é constatada em relação aos complementares. Em outras palavras, sendo A e B independentes, então:

- A^C e B são independentes
- A e B^C são independentes
- A^C e B^C são independentes.

Portanto, as duas primeiras sentenças são verdadeiras; e a última é falsa.

Gabarito: A

50. (AOCP/2022 – IF/RO) Ao jogar um dado, não viciado e numerado de 1 a 6, por 3 vezes, anotando o resultado da face voltada para cima e posteriormente somando esses resultados, qual é a probabilidade dessa soma ser um número par?

a) 3/8

b) 5/8

c) 1/2

d) 1/8

e) 3/4

Comentários:

Para que a soma dos três números seja par, é necessário que os três números sejam pares OU dois números sejam ímpares e um par.

Sabendo que a probabilidade de obter um número par em um lançamento de dado é $\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$, a probabilidade de obter números pares nos três lançamentos do dado é o produto (interseção de eventos independentes):

$$P(p,p,p) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$$

A probabilidade de obter um número ímpar também é $\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$. Assim, a probabilidade de obter dois números ímpares e um número par, nessa ordem, é:

$$P(i,i,p) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$$

Mas como o número par pode ser o primeiro, o segundo ou o terceiro número (3 possibilidades), precisamos multiplicar esse resultado por 3:

$$P(2i,1p) = 3 \times \frac{1}{8} = \frac{3}{8}$$

E a probabilidade de obter uma soma par é a união desses eventos. Por serem eventos mutuamente exclusivos, somamos as probabilidades:

$$P = \frac{1}{8} + \frac{3}{8} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$$

Gabarito: C

51. (FEPESE/2022 – PCien/SC) Em uma lanchonete o atendente se confunde e mistura 40 empadas, sendo 25% de carne, 15% de brócolis, 10% de chocolate e as outras de frango. Uma pessoa escolhe uma empada ao acaso e depois escolhe, novamente ao acaso, outra empada.

A probabilidade de a primeira empada escolhida ser de chocolate e a segunda ser de frango é:

a) Maior que 9,6%

b) Maior que 8,4% e menos que 9,6%

c) Maior que 7,2% e menos que 8,4%

d) Maior que 6% e menos que 7,2%

e) Menor que 6%

Comentários:

Primeiro, vamos calcular a proporção de empadas de frango:

$$100\% - 25\% - 15\% - 10\% = 50\%$$

Havendo 40 empadas no total, $50\% \times 40 = 20$ empadas são de frango.

Agora, vamos resolver a questão. A probabilidade de a primeira empada ser de chocolate, sabendo que 10% das empadas são de chocolate é:

$$P(1C) = 10\% = \frac{1}{10}$$

Sabendo que a primeira empada é de chocolate, restam 39 empadas no total, sendo 20 delas de frango. A probabilidade de a segunda empada ser de frango, nessa situação, é:

$$P(2F|1C) = \frac{20}{39}$$

E a probabilidade de ambos os eventos ocorrerem (interseção) é o produto:

$$P(1C \cap 2F) = \frac{20}{39} \times \frac{1}{10} = \frac{2}{39} \cong 0{,}051$$

Que é menor que 6%.

Gabarito: E

52. (Quadrix/2022 – CRMV/PR) A probabilidade de o canal Math4ever publicar um novo vídeo é de 0,1, todo dia.

Com base nesse caso hipotético, é correto afirmar que, em um período de quatro dias, a probabilidade de apenas um vídeo ter sido lançado é de:

a) 7,29%

b) 20%

c) 29,16%

d) 34,39%

e) 65,61%

Comentários:

A questão pede a probabilidade de um único vídeo ser lançado em 4 dias, sabendo que a probabilidade de lançamento é de 0,1.

A probabilidade de um vídeo ser lançado no primeiro dia, com probabilidade igual a 0,1, e não ser lançado nos outros 3 dias, cada um com probabilidade de 1 - 0,1 = 0,9, é o produto (interseção de eventos independentes):

$$p_1 = 0{,}1 \times 0{,}9 \times 0{,}9 \times 0{,}9 = 0{,}0729$$

No entanto, o vídeo pode ser lançado em qualquer um dos quatro dias, cada um com essa mesma probabilidade. Assim, devemos multiplicar esse resultado por 4:

$$P = 4 \times 0{,}0729 = 0{,}2916 = 29{,}16\%$$

Gabarito: C

53. (Quadrix/2022 – CRO/ES) As irmãs Bianca e Sofia estão jogando um jogo de cartas com um baralho que possui dez cartas, no total. Conforme as regras desse jogo, deve-se tirar três cartas desse baralho, memorizá-las e devolvê-las ao baralho, embaralhando-o. Em seguida, deve-se escolher três novas cartas e anotar o número de cartas que vierem repetidas nesse grupo. Então, embaralha-se novamente o baralho, e a outra irmã repete o mesmo processo. Quem tiver mais cartas repetidas vence o jogo. Se as duas irmãs tirarem o mesmo número de cartas repetidas, o jogo termina empatado. Com base nessa situação hipotética, julgue o item.

A chance de o jogo terminar empatado é menor que 40%.

Comentários:

Para que o jogo termine empatado, é necessário que cada uma retire nenhuma carta repetida; 1 carta repetida; 2 cartas repetidas; ou todas as 3 cartas repetidas.

A probabilidade de uma das irmãs retirar nenhuma carta repetida é a razão entre o número de eventos favoráveis e o número total de eventos possíveis:

$$p_0 = \frac{casos\ favoráveis}{casos\ totais} = \frac{n(0)}{n(U)}$$

O número total de eventos possíveis corresponde ao número de maneiras de retirar quaisquer 3 cartas, de um baralho com 10 cartas. Considerando que a ordem não importa, temos a combinação de 10 escolhe 3:

$$n(U) = C_{10,3} = \frac{10!}{(10-3)! \times 3!} = \frac{10 \times 9 \times 8 \times 7!}{7! \times 3!} = \frac{10 \times 9 \times 8}{3 \times 2} = 10 \times 3 \times 4 = 120$$

Em relação aos casos favoráveis, para que todas as cartas extraídas na segunda vez sejam diferentes daquelas extraídas na primeira vez, é necessário selecionar 3 cartas, dentre as outras 7, o que corresponde à combinação de 7 escolhe 3:

$$n(0) = C_{7,3} = \frac{7!}{(7-3)! \times 3!} = \frac{7 \times 6 \times 5 \times 4!}{4! \times 3!} = \frac{7 \times 6 \times 5}{3 \times 2} = 7 \times 5 = 35$$

E a probabilidade de uma irmã retirar nenhuma carta repetida é a razão:

$$p_0 = \frac{35}{120} \cong 0{,}29$$

A probabilidade de as irmãs empatarem sem carta repetida (interseção de eventos independentes) é o produto:

$$P(0) \cong 0{,}29 \times 0{,}29 \cong 0{,}08$$

Agora, vamos calcular a probabilidade de uma irmã retirar 1 carta repetida, sabendo que o número total de casos possíveis é o mesmo. Em relação aos casos favoráveis, primeiro escolhemos qual das 3 cartas retiradas da primeira vez será repetida na segunda vez - há **3** possibilidades.

Em cada caso, será necessário retirar a carta escolhida e duas outras cartas diferentes, ou seja, 2 cartas dentre as outras 7 que não foram selecionadas na primeira vez. Assim, temos a combinação de 7 escolhe 2:

$$C_{7,2} = \frac{7!}{(7-2)! \times 2!} = \frac{7 \times 6 \times 5!}{5! \times 2} = 7 \times 3 = 21$$

Pelo princípio multiplicativo, o número de maneiras de selecionar 1 carta repetida é o produto:

$$n(1) = 3 \times 21 = 63$$

E a probabilidade é a razão:

$$p_1 = \frac{63}{120} \cong 0{,}53$$

A probabilidade de as irmãs empatarem com 1 carta repetida é o produto:

$$P(1) \cong 0{,}53 \times 0{,}53 \cong 0{,}28$$

Em seguida, calculamos a probabilidade de uma irmã retirar 2 cartas repetidas. Em relação aos casos favoráveis, primeiro escolhemos qual das 3 cartas retiradas da primeira vez **não** será repetida na segunda vez - há **3** possibilidades.

Em cada caso, será necessário retirar as duas cartas repetidas e uma outra carta diferente, ou seja, 1 carta dentre as outras 7 que não foram selecionadas na primeira vez - **7** possibilidades.

Pelo princípio multiplicativo, o número de maneiras de selecionar 1 carta repetida é o produto:

$$n(2) = 3 \times 7 = 21$$

E a probabilidade é a razão:

$$p_2 = \frac{21}{120} = 0{,}175$$

A probabilidade de as irmãs empatarem com 2 cartas repetidas é o produto:

$$P(2) = 0{,}175 \times 0{,}175 \cong 0{,}03$$

Por fim, calculamos a probabilidade de uma irmã retirar as 3 cartas repetidas. Sabendo que há uma única possibilidade para isso, a probabilidade é:

$$p_3 = \frac{1}{120} \cong 0{,}008$$

E a probabilidade de as irmãs empatarem com 3 cartas repetidas é o produto:

$$P(3) \cong 0{,}008 \times 0{,}008 \cong 0$$

A probabilidade de as irmãs empatarem em um desses cenários (união de eventos mutuamente excludentes) é a soma dessas probabilidades:

$$P \cong 0{,}08 + 0{,}28 + 0{,}03 + 0 = 0{,}39$$

Que é menor que 40%.

Gabarito: Certo

54. (Quadrix/2021 – CRF/AP) Sabe-se que, a cada 10 pênaltis marcados a favor de um time de futebol, 6 são cobrados por Bárbara e 4 por Débora. A probabilidade de um pênalti ser convertido por Bárbara é de 90% e a de ser convertido por Débora, de 80%.

Com base nessa situação hipotética, julgue o item.

A probabilidade de um pênalti ser cobrado e convertido por Bárbara é de 54%.

Comentários:

Sabemos que 6 em cada 10 pênaltis são cobrados por Bárbara e que ela converte com probabilidade de 90%. Assim, a probabilidade de um pênalti ser cobrado e convertido (C) por Bárbara (B), o que corresponde à interseção entre esses eventos, é dada pelo produto:

$$P(B \cap C) = P(C|B) \times P(B) = 90\% \times \frac{6}{10} = 0{,}9 \times 0{,}6 = 0{,}54 = 54\%$$

Gabarito: Certo

55. (Quadrix/2021 – CRF/AP) Sabe-se que, a cada 10 pênaltis marcados a favor de um time de futebol, 6 são cobrados por Bárbara e 4 por Débora. A probabilidade de um pênalti ser convertido por Bárbara é de 90% e a de ser convertido por Débora, de 80%.

Com base nessa situação hipotética, julgue o item.

Se um pênalti foi convertido, então a probabilidade de ele ter sido cobrado por Bárbara é superior a 60%.

Comentários:

Esse item pede a probabilidade de a cobrança ter sido feita por Bárbara, dado que o pênalti foi convertido, ou seja, temos a inversão dos eventos a priori e a posteriori, pois o enunciado fornece as probabilidades de conversão de cada uma. Nessa situação, podemos utilizar a fórmula de Bayes:

$$P(B|C) = \frac{P(B \cap C)}{P(C)} = \frac{P(C|B) \times P(B)}{P(C|B) \times P(B) + P(C|D) \times P(D)}$$

Sabemos que:

- A cada 10 pênaltis, 6 são cobrados por Bárbara e 4 são cobrados por Débora, logo: $P(B) = \frac{6}{10} = 0{,}6$ e $P(D) = \frac{4}{10} = 0{,}4$;
- Bárbara converte 90% dos pênaltis que ela bate e Débora, 80%, logo: $P(C|B) = 0{,}9$ e $P(C|D) = 0{,}8$.

Substituindo esses dados na fórmula de Bayes, temos:

$$P(B|C) = \frac{0{,}9 \times 0{,}6}{0{,}9 \times 0{,}6 + 0{,}8 \times 0{,}4} = \frac{0{,}54}{0{,}54 + 0{,}32} = \frac{0{,}54}{0{,}86} = \frac{54}{86} \cong 0{,}63$$

Que é superior a 60%.

Gabarito: Certo

56. (Quadrix/2021 – CRF/AP) Sabendo que o sistema solar é composto por 8 planetas (Mercúrio, Vênus, Terra, Marte, Júpiter, Saturno, Urano e Netuno), julgue o item.

Suponha-se que uma urna contenha 8 bolinhas e que, em cada uma, esteja escrito o nome de um planeta do sistema solar. Nesse caso, extraindo-se duas bolinhas sucessivamente ao acaso e com reposição, a probabilidade de que em nenhuma delas esteja escrito "Terra" é igual a 75%.

Comentários:

Há 8 bolinhas no total, sendo uma delas referente à "Terra". Para que nenhuma das duas bolinhas extraídas sucessivamente seja esta, é necessário não a extrair na primeira extração **E** não a extrair na segunda extração.

A probabilidade de não extrair a bolinha "Terra" na primeira extração é:

$$p_1 = \frac{7}{8}$$

Considerando que a extração é feita com reposição, a probabilidade de não extrair a bolinha Terra na segunda extração é:

$$p_2 = \frac{7}{8}$$

E a probabilidade da interseção desses eventos independentes é o produto:

$$P = \frac{7}{8} \times \frac{7}{8} = \frac{49}{64} \cong 76{,}5\%$$

Que é diferente de 75%. *Caso a extração fosse **sem** reposição, obteríamos esse resultado:*

$$P = \frac{7}{8} \times \frac{6}{7} = \frac{6}{8} = 75\%$$

Gabarito: Errado.

57. (Objetiva/2021 – Pref. Venâncio Aires) Considerando-se uma moeda e um dado, qual a probabilidade de, ao arremessar cada um deles duas vezes, se obter duas caras e a soma dos números voltados para cima ser igual a 12?

a) 1/4

b) 1/36

c) 1/144

d) 1/256

e) 2/15

Comentários:

A questão pede a probabilidade de obtermos duas CARAS, em dois lançamentos de uma moeda; e a soma igual a 12, em dois lançamentos de um dado, isto é, obtermos a face 6 nos dois lançamentos.

A probabilidade de obtermos CARA em cada lançamento é igual a $\frac{1}{2}$; e a probabilidade de obtermos a face 6 em cada lançamento é igual a $\frac{1}{6}$.

Logo, a probabilidade de obtermos duas vezes CARA e duas vezes a face 6 é o produto (interseção de eventos independentes):

$$P = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{6} \times \frac{1}{6} = \frac{1}{144}$$

Gabarito: C.

58. (SELECON/2021 – EMGEPRON) Admite-se que a probabilidade de um candidato passar em um concurso seja 2%. Se dois irmãos fazem esse concurso, a probabilidade de apenas um passar é igual a:

a) 2%

b) 1%

c) 1,96%

d) 3,92%

Comentários:

Para que apenas um irmão passe (com probabilidade de 2% = 0,02), é necessário que o outro não passe (com probabilidade complementar, 1 - 0,02 = 0,98). A probabilidade de o primeiro passar e o segundo reprovar, que corresponde à interseção de eventos independentes, é dada pelo produto:

$$P(P1, R2) = 0{,}02 \times 0{,}98 = 0{,}0196$$

E a probabilidade de o primeiro reprovar e o segundo passar é a mesma. Logo, a probabilidade de um deles passar é o dobro desse resultado:

$$P = 2 \times 0{,}0196 = 0{,}0392 = 3{,}92\%$$

Gabarito: D

59. (FUNDEP/2021 – IPREMU) Lúcia e Ricardo resolveram fazer uma brincadeira de cara e coroa utilizando 4 moedas. Nessa brincadeira, as moedas são lançadas simultaneamente. Qual é a probabilidade de se obter apenas 1 cara nesse lançamento?

a) 20%

b) 25%

c) 50%

d) 75%

Comentários:

Precisamos calcular a probabilidade de obter CARA em 1 moeda e, portanto, COROA nas outras 3 moedas. Sabendo que a probabilidade de sair CARA é $\frac{1}{2}$, assim como a probabilidade de sair COROA, a probabilidade de sair CARA na **primeira** moeda e COROA nas outras três é o produto:

$$P(CA, CO, CO, CO) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{16}$$

Obtemos o mesmo resultado, quando calculamos a probabilidade de sair CARA na segunda moeda, na terceira moeda e na quarta moeda. Assim, para calcular a probabilidade de sair CARA em qualquer um dos quatro lançamentos, devemos multiplicar esse resultado por 4:

$$P(1Ca, 3Co) = 4 \times \frac{1}{16} = \frac{1}{4} = 25\%$$

Gabarito: B.

60. (CEV URCA/2021 – Pref. Crato) Lançando simultaneamente n dados cúbicos não viciados e numerados de 1 até 6; qual a probabilidade de obtermos a soma de todas as faces que estão voltadas para cima igual a n + 1?

a) $1 - 6^{-n}$

b) $1 - 6^{-n-1}$

c) 6^{-n}

d) $(n + 1).6^{-n}$

e) $n.6^{-n}$

Comentários:

Para que a soma de n dados seja igual a n + 1, é necessário que, para todos os dados, o resultado seja igual a 1, exceto para um deles, que deve ser igual a 2.

Por exemplo, lançando 10 dados, pra que o resultado seja igual a 11, é necessário que o resultado de 9 dados seja igual a 1 e que o resultado de um dado seja igual a 2.

Sabendo que a probabilidade de obter um determinado resultado no dado é $\frac{1}{6}$, então a probabilidade de obter 2 no **primeiro** dado e 1 nos demais dados (isto é, em uma ordem específica) é:

$$P(ordem\ esp) = \underbrace{\frac{1}{6} \times \frac{1}{6} \times \dots \times \frac{1}{6}}_{n \text{ vezes}} = \left(\frac{1}{6}\right)^n = 6^{-n}$$

No entanto, o dado com a face 2 pode ser qualquer um dos n dados. Logo, devemos multiplicar esse resultado por n:

$$P(qq\ ordem) = n \times 6^{-n}$$

Gabarito: E

61. (IDECAN/2021 – Pref. Campina Grande) Qual a probabilidade de um dado, ao ser lançado k vezes, não apresentar a face com o número 6?

a) $\mathbf{1} - \left(\frac{1}{6}\right)^{\boldsymbol{k}}$

b) $\left(\frac{5}{6}\right)^{\boldsymbol{k}}$

c) $\left(\frac{1}{6}\right)^{\boldsymbol{k}}$

d) $\mathbf{1} - \left(\frac{5}{6}\right)^{\boldsymbol{k}}$

Comentários:

Precisamos calcular a probabilidade de o dado não apresentar a face 6 em nenhum dos k lançamentos. Sabendo que a probabilidade de não ocorrer determinada face é $\frac{5}{6}$, então a probabilidade de tal face não ocorrer em nenhum dos k lançamentos (interseção de eventos independentes) é o produto:

$$P = \underbrace{\frac{5}{6} \times \frac{5}{6} \times \dots \times \frac{5}{6}}_{k \text{ vezes}} = \left(\frac{5}{6}\right)^k$$

Gabarito: B

62. (Objetiva/2021 – Pref. Venâncio Aires) Em uma urna, há cinco pedaços de papel, e cada um deles possui uma das seguintes letras escrita: A, A, B, L, S. Sendo assim, retirando-se aleatoriamente os pedaços de papel dessa urna, sem reposição, a probabilidade de ser formada a palavra BALSA, na sequência das letras retiradas, é igual a:

a) 1/40

b) 1/60

c) 1/80

d) 1/120

e) 1/100

Comentários:

Precisamos calcular a probabilidade de formar a palavra BALSA, ao retirar sequencialmente as cinco letras sem reposição.

Antes da primeira retirada, há 5 letras possíveis, sendo uma delas a letra B. Assim, a probabilidade de retirar a letra B na primeira retirada é:

$$p_B = \frac{1}{5}$$

Considerando que a letra B foi retirada, restarão 4 letras, sendo 2 A´s. A probabilidade de retirar a letra A na segunda retirada, nessas condições é:

$$p_A = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

Após a retirada de um B e de um A, restarão 3 letras, sendo uma delas a letra L. A probabilidade de retirar a letra L na terceira retirada, nessas condições, é:

$$p_L = \frac{1}{3}$$

Em seguida, restarão 2 letras, sendo uma delas a letra S; e a probabilidade de retirá-la nessas condições é:

$$p_S = \frac{1}{2}$$

Por fim, restará apenas a letra A, cuja probabilidade de ser retirada é igual a 1, nessas condições.

A probabilidade da interseção desses eventos é o produto:

$$P = \frac{1}{5} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{60}$$

Gabarito: B

63. (FUNDEP/2021 – CRM/MG) O pré-natal durante a gravidez é essencial para garantir que a mulher e o bebê tenham uma gestação e um parto saudáveis e sem nenhuma complicação. A tabela a seguir apresenta a distribuição das probabilidades para o número de consultas de pré-natal realizadas por mulheres que deram à luz em duas maternidades (A e B).

Número de consultas de pré-natal	Maternidades		Total
	A	B	
0 |-- 2	0,02	0,08	0,10
2 |-- 4	0,08	0,14	0,22
4 |-- 6	0,12	0,18	0,30
6 |-- 8	0,10	0,08	0,18
8 ou mais	0,08	0,12	0,20
Total	0,40	0,60	1,00

Supondo que uma gestante foi escolhida aleatoriamente nessas maternidades, analise as afirmativas a seguir e assinale com V as verdadeiras e com F falsas.

( ) A probabilidade de a gestante escolhida ter realizado menos de quatro consultas é 0,22.

( ) Se a mulher escolhida deu à luz na maternidade A, a probabilidade de ela ter realizado no mínimo seis consultas é 0,45.

( ) A probabilidade de a gestante escolhida ter dado à luz na maternidade B e realizado menos de seis consultas é 0,40.

Assinale a sequência correta.

a) F F V

b) V V F

c) F V V

d) V F F

Comentários:

Vamos analisar as afirmativas, considerando os dados da tabela. Em relação à primeira afirmativa, a probabilidade de a gestante ter realizado menos de 4 consultas é a soma dos totais das duas primeiras linhas:

$$P(menos\ de\ 4) = 0{,}10 + 0{,}22 = 0{,}32$$

Logo, a primeira afirmativa é FALSA.

Em relação à segunda afirmativa, a probabilidade de a gestante ter realizado no mínimo 6 consultas, dado que ela deu à luz na maternidade A é calculada como:

$$P(6\ ou\ mais|A) = \frac{P(6\ ou\ mais\ \cap A)}{P(A)}$$

A probabilidade associada à maternidade A é o total da primeira coluna: $P(A) = 0{,}40$.

E a interseção corresponde às mulheres que deram à luz na maternidade A e realizaram 6 ou mais consultas:

$$P(6\ ou\ mais\ \cap A) = 0{,}10 + 0{,}08 = 0{,}18$$

Logo, a probabilidade é a razão:

$$P(6\ ou\ mais|A) = \frac{0{,}18}{0{,}40} = \frac{9}{20} = 0{,}45$$

Assim, a segunda afirmativa é verdadeira.

Em relação à terceira afirmativa, a probabilidade de a gestante ter dado à luz na maternidade B e realizado menos de 6 consultas (interseção) é a soma dos campos correspondentes:

$$P(menos\ de\ 6 \cap B) = 0{,}08 + 0{,}14 + 0{,}18 = 0{,}40$$

Portanto, a terceira afirmativa é verdadeira.

Gabarito: C

LISTA DE QUESTÕES – MULTIBANCAS

Conceitos Iniciais

1. (SELECON/2021 – SEDUC/MT) Os estatísticos usam a palavra experimento para descrever qualquer processo que gere um conjunto de dados. O conjunto de todos os resultados possíveis em um experimento estatístico é chamado de:

a) estudos observacionais

b) população

c) espaço amostral

d) amostra

2. (CESGRANRIO/2010 – IBGE) A teoria da probabilidade permite que se calcule a chance de ocorrência de um número em um experimento aleatório. Considerando a teoria das probabilidades analise as afirmações abaixo.

I - Experimentos mutuamente excludentes são aqueles cujos elementos integrantes apresentam características únicas e os resultados possíveis não serão previsíveis.

II - Experimento aleatório é aquele cujo resultado é imprevisível, porém pertence necessariamente a um conjunto de resultados possíveis denominado espaço amostral.

III - Qualquer subconjunto do espaço amostral é denominado evento, sendo que, se esse subconjunto possuir apenas um elemento, o denominamos evento elementar.

É(São) correta(s) a(s) afirmativa(s)

a) I, apenas.

b) II, apenas.

c) I e II, apenas.

d) II e III, apenas.

e) I, II e III.

3. (CESGRANRIO/2010 – IBGE) Relacione os conceitos probabilísticos às suas definições

Conceito

I – Experimentos Aleatórios

II – Espaços Amostrais

III – Eventos Mutuamente Exclusivos

Definição

P – Eventos que não podem acontecer ao mesmo tempo; a ocorrência de um elimina a possibilidade de ocorrência do outro.

Q – Conjuntos universo ou conjuntos de resultados possíveis de um experimento aleatório.

R – Eventos cujos elementos participantes não possuem pontos em comum.

S – Fenômenos que, mesmo repetidos várias vezes sob condições semelhantes, apresentem resultados imprevisíveis.

Estão corretas as associações

a) I – S; II – Q e III – P.

b) I – S; II – P e III – Q.

c) I – P; II – Q e III – S.

d) I – R; II – P e III – Q.

e) I – Q; II – P e III – R.

GABARITO

1. LETRA C
2. LETRA D
3. LETRA A

LISTA DE QUESTÕES – MULTIBANCAS

Definições de Probabilidade

1. (Instituto Verbena/2024 – TJ/AC) Em uma sala de aula com 30 discentes da disciplina de introdução à probabilidade, qual é a probabilidade de pelo menos dois discentes fazerem aniversário no mesmo dia?

a) $\frac{365!}{335!}$

b) $1-\frac{365!}{335!}$

c) $\frac{365!}{335!365^{30}}$

d) $1-\frac{365!}{335!365^{30}}$

2. (AOCP/2024 – PM-PE) Certo teste de aptidão física era composto por duas etapas (E1 e E2), que ocorriam de forma independente. Sabe-se que 300 pessoas foram aprovadas na etapa E1, 135 pessoas reprovaram na etapa E2, 180 pessoas foram aprovadas nas duas etapas e que 150 pessoas foram aprovadas em apenas uma etapa. Dessa forma, considerando que todas as pessoas fizeram ambas as etapas e que só é possível ser “aprovado” ou “reprovado”, é correto afirmar que

a) trinta e cinco pessoas reprovaram em ambas as etapas.

b) a probabilidade de uma pessoa ter sido aprovada em ambas as etapas é menor que 50%.

c) o número total de pessoas que participaram das etapas E1 e E2 ultrapassa 400.

d) a probabilidade de uma pessoa, escolhida ao acaso, ter sido reprovada em alguma etapa é superior a 50%.

e) a probabilidade de uma dessas pessoas ser escolhida ao acaso e ela ter sido reprovada nas duas etapas é igual a 1/23.

3. (AOCP/2024 – PM-PE) Um jogo da memória feito apenas com cartas de baralho contava com 26 pares que levavam em consideração apenas o “valor” da carta (escolhido no conjunto {A, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, J, Q, K}) e a “cor” da carta (escolhida no conjunto {preta, vermelha}). No padrão convencional do jogo, todas as cartas são embaralhadas e postas em uma mesa com suas faces voltadas para baixo. Na sua vez, cada jogador vira duas cartas e verifica se formam um par. Caso tenha sido formado um par, as cartas são retiradas da mesa e ficam em posse do jogador que as virou, dando o direito de continuar virando as cartas indefinidamente até que um par não seja formado. Caso a ação não resulte em um par, as cartas terão suas faces voltadas para baixo, no mesmo lugar em que estavam, e a vez passa para o outro jogador.

O jogo se encerra quando todos os pares forem encontrados. No decorrer de certo jogo, 23 pares já foram encontrados e restam apenas 6 cartas voltadas para baixo, que não foram viradas anteriormente: Um par de 7 vermelho, um par de 9 preto e um par de 10 preto. Nessas condições, qual é a probabilidade de o próximo jogador encerrar o jogo?

a) Uma chance em 15.

b) Uma chance em 12.

c) Uma chance em 9.

d) Uma chance em 6.

e) Uma chance em 3.

4. (IADES/2023 – SEAGRI/DF) Suponha que três fiscais agropecuários, chamados de A, B e C, farão uma inspeção em três propriedades produtoras de suínos, P1, P2 e P3, e cada um fiscalizará uma única propriedade.

Se a escolha é totalmente aleatória, qual é a probabilidade de A fiscalizar P1, B fiscalizar P2 e C fiscalizar P3?

a) 1/2

b) 1/3

c) 1/4

d) 1/5

e) 1/6

5. (IDECAN/2022 – CBM/MS) Segundo o manual, se a velocidade de impacto do veículo sobre o pedestre for de 32 km/h, as chances de sobrevivência são de 95%. Se a velocidade for 48 km/h, a probabilidade cai para 55%. A partir de 64 km/h, a probabilidade de sobreviver é reduzida a 15%.

Em eventos aleatórios, a chance de um determinado evento ocorrer é dada por:

a) Produto entre o número de elementos do meu conjunto evento, ou seja, o número de casos favoráveis, sobre o número de elementos no meu espaço amostral.

b) Razão entre o número de elementos do meu conjunto evento, ou seja, o número de casos favoráveis, sobre o número de elementos no meu espaço amostral.

c) Razão entre o número de elementos no meu espaço amostral sobre o número elementos do meu conjunto evento, ou seja, o número de casos favoráveis.

d) Produto entre o número de elementos no meu espaço amostral sobre o número elementos do meu conjunto evento, ou seja, o número de casos favoráveis.

e) Soma entre o número de elementos no meu espaço amostral sobre o número elementos do meu conjunto evento, ou seja, o número de casos favoráveis.

6. (IDECAN/2022 – CBM/MS) Um estudo realizado no Reino Unido diz que a probabilidade de um acidente aéreo é de um a cada 67 mil voos, e que a chance de um acidente com morte ocorrer é de um para cada 345 mil voos. Já estudo realizado nos Estados Unidos, pelo Departamento Nacional de Segurança nos Transportes, analisou todos os acidentes aéreos ocorridos entre 1983 e 2000 e descobriu que de 53.487 pessoas envolvidas em acidentes, 51.207 sobreviveram. Analisando o texto, podemos concluir que

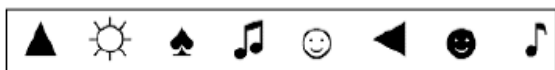
a) olhando para a probabilidade dos eventos, o risco de morte em um acidente aéreo é máximo, chegando a ter probabilidade $\boldsymbol{P = 1}$.

b) olhando para a probabilidade dos eventos, os riscos de um acidente aéreo acontecer são baixos, e que mesmo acontecendo o risco de morte é ainda menor.

c) segundo o estudo realizado no reino unido, a probabilidade de um acidente aéreo acorrer é de $\boldsymbol{P = \frac{1}{67}}$.

d) segundo o Departamento Nacional de Segurança nos Transportes entre 1983 e 2000, descobriu que a probabilidade de uma pessoa envolvida em um acidente aéreo morrer, é de $\boldsymbol{P = \frac{53.487}{51.207}}$.

e) segundo o Departamento Nacional de Segurança nos Transportes entre 1983 e 2000, descobriu que a probabilidade de uma pessoa envolvida em um acidente aéreo sobreviver, é de $\boldsymbol{P = 1}$, um evento certo.

7. (CONSULPLAN/2022 – Pref. Gonçalves) Observe os símbolos a seguir:

A probabilidade de se escolher um dos símbolos ao acaso e ele ser um triângulo é:

a) 20%

b) 25%

c) 50%

d) 75%

8. (OBJETIVA/2022 – Pref. Roca Sales) Sabendo-se que certa urna contém 150 fichas, de modo que 90 são fichas brancas e o restante são fichas pretas, ao retirar aleatoriamente uma ficha dessa urna, qual a probabilidade de ela ser uma ficha branca?

a) 55%

b) 60%

c) 65%

d) 70%

9. (FAUEL/2022 – PARANACIDADE) Em uma turma de Ensino Médio, 25 alunos são escolhidos para o sorteio de um livro de Matemática. Desses 25, 13 são homens e 12 são mulheres. Qual a probabilidade de uma mulher ganhar esse sorteio?

a) 12%

b) 25%

c) 48%

d) 50%

10. (AOCP/2022 – Pref. Pinhais) Entre os servidores municipais de Pinhais, foi realizada uma pesquisa para saber o nível de escolaridade. A pergunta feita a 120 servidores foi: "Você possui Ensino Médio completo?" e 75 responderam "sim". Qual é a probabilidade de escolher um servidor ao acaso e ele ter Ensino Médio completo, sabendo que participou da mencionada pesquisa?

a) 62,5%

b) 60%

c) 65%

d) 57,5%

e) 75%

11. (OBJETIVA/2022 – Pref. Nova Hartz) Em uma urna, há 7 bolas azuis, 8 bolas amarelas, 6 bolas verdes e 9 bolas brancas. Sorteando-se, ao acaso, uma das bolas dessa urna, a probabilidade de, na primeira retirada, ela sair verde é de:

a) 1/6

b) 1/5

c) 1/4

d) 1/2

12. (IBADE/2022 – PM/PB) Um zoológico possui 102 espécies de mamíferos, 216 espécies de aves, 95 de répteis, 71 de anfíbios e 16 espécies de invertebrados, em recintos e terrários amplos e semelhantes ao habitat natural. Escolhendo um animal ao acaso, qual a probabilidade dele ser um mamífero?

a) 25,5%

b) 20,4%

c) 32,4%

d) 41,3%

13. (FEPESE/2022 – FCEE) Uma pessoa recebe um carro de presente, porém a pintura do mesmo será escolhida aleatoriamente, e poderá ser de uma cor só ou de duas cores. As opções dentre as quais a(s) cor(es) da pintura será(ão) escolhida(s) são: verde, vermelha, azul, prata, branca e preta, bege e preta, amarela e preta. Logo, a probabilidade de a pintura escolhida incluir a cor preto é:

a) Maior que 48%

b) Maior que 45% e menor que 48%

c) Maior que 42% e menor que 45%

d) Maior que 39% e menor que 42%

e) Menor que 39%

14. (IBFC/2022 – MGS) Carla deve escolher, aleatoriamente, entre 16 caixas numeradas de 1 a 16 uma caixa cujo número não seja maior que 13. Nessas condições, a probabilidade de Carla escolher a caixa correta é:

a) 1/4

b) 13/16

c) 3/16

d) 5/16

15. (PR4/2022 – UFRJ) Em todo início de semestre letivo, uma determinada unidade acadêmica da UFRJ promove um evento presencial de acolhimento dos ingressantes denominado "Recepção de Calouros". Na edição realizada na primeira semana de aula de 2022.1 – a primeira pós-período de suspensão das atividades acadêmicas presenciais em razão da pandemia –, essa unidade acadêmica resolveu contemplar, com um brinde de boas-vindas, um dos ingressantes em um de seus cursos de graduação.

Para tanto, logo na entrada do auditório onde foi realizado o evento, foram distribuídas 60 senhas individuais – exatamente a quantidade de ingressantes –, cada uma delas contendo um número inteiro de 1 a 60 sem repetição. Sabe-se que todos os ingressantes compareceram ao evento.

Ao sortear aleatoriamente uma dessas senhas, a probabilidade de ser sorteada uma senha contendo um número maior que 20 será:

a) 1/2

b) 3/2

c) 1/3

d) 2/3

e) 3/4

16. (COMPERVE/2022 – UFRN) Em uma rede social, há 60 perfis de pessoas que se apresentam como profissional de Educação Física, porém somente 36 desses perfis são de profissionais registrados no Conselho Regional de Educação Física (CREF).

Se uma pessoa escolher, aleatoriamente, um desses 60 perfis para contratar como treinador pessoal, a probabilidade de ela escolher o perfil de uma pessoa não registrada no CREF é de

a) 40%

b) 20%

c) 50%

d) 30%

17. (FCM - CEFETMINAS/2022 – CM MDM) A superfície do planeta Terra tem cerca de 510.000.000km² de área, sendo que 361.000.000km² dessa superfície é coberta por oceanos. Dois amigos decidiram escolher o lugar de sua próxima viagem utilizando um globo terrestre com um mapa que representa o nosso planeta de forma proporcional. Para isso um deles irá rodar o globo e, com o olho fechado, colocar o dedo nele de forma aleatória, decidindo assim pelo local da viagem.

Considerando-se as medidas de áreas apresentadas, a probabilidade de esse amigo acertar uma parte que não seja coberta por oceano é mais próxima de

a) 10%

b) 20%

c) 30%

d) 40%

18. (QUADRIX/2022 – CRN 4) Sendo $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 3 & 0 \\ 2 & 0 & 5 \end{pmatrix}$ **e** $B = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 4 \\ 0 & 6 & 0 \\ 4 & 0 & 10 \end{pmatrix}$**, julgue o item.**

Sorteando-se um elemento de A ao acaso, a probabilidade de que o elemento seja nulo é maior que 45%.

19. (FEPESE/2022 – CASAN) No lançamento de um dado de 6 faces, numeradas de 1 a 6, a probabilidade de ocorrer um número cujo quadrado é maior que 20 é:

a) Maior que 56%

b) Maior que 46% e menor que 56%

c) Maior que 36% e menor que 46%

d) Maior que 33% e menor que 36%

e) Menor que 33%

20. (AOCP/2022 – PC/GO) Cada uma das sílabas da palavra PAPILOSCOPISTA foi escrita nas costas de um cartão, de modo que cada cartão tivesse exatamente uma das sílabas. Após escritas as sílabas e os cartões serem virados para baixo, estes foram embaralhados e permaneceram virados de forma que não fosse possível ver a sílaba escrita. Ao escolher um desses cartões, aleatoriamente, a probabilidade de esse cartão obedecer à proposição "O cartão tem a letra P ou o cartão não tem a letra A" é de

a) 1/6

b) 2/6

c) 3/6

d) 4/6

e) 5/6

21. (PROGEP/2022 – FURG) Dados do último anuário da FURG mostram que a instituição conta, atualmente, com um total de 09 Casas do Estudante Universitário — CEUs em funcionamento, para atendimento aos estudantes de graduação e de pós-graduação em situação de vulnerabilidade socioeconômica. Ao todo, são oferecidas 457 vagas de moradia estudantil, sendo que 420 vagas são da FURG — Rio Grande e 37 são nos demais campi da FURG. Sabe-se que 320 estudantes das CEUs Rio Grande recebem algum tipo de bolsa acadêmica, já dos outros campi, 15 recebem bolsa acadêmica. Ao selecionar um estudante aleatoriamente que vive numa casa de estudante da FURG, qual é a probabilidade de este ser de outro campus e não receber bolsa acadêmica?

a) 22/37

b) 37/457

c) 22/457

d) 15/457

e) 15/37

22. (ACESS/2022 – CM Arantina) Um curso preparatório tem 80 alunos matriculados.

- **25% dos alunos são do sexo masculino;**
- **Dentre as mulheres, apenas 30% querem prestar concursos militares;**
- **Entre os homens, 65% pretendem ingressar na carreira militar.**

Considere que um aluno desse curso é escolhido ao acaso. A probabilidade de ser um aluno que não pretende prestar concursos militares é de:

a) 31/60

b) 31/80

c) 49/60

d) 49/80

e) 21/60

23. (UNIFIL/2022 – Pref. Lidianópolis) Considerando que dois dados, não viciados, foram lançados ao mesmo tempo, assinale a alternativa que representa a probabilidade de dois números iguais ficarem voltados para cima.

a) 10,30%

b) 12,56%

c) 16,67%

d) 18,10%

24. (Quadrix/2022 – CRC/PR) O cardápio de um restaurante apresenta quatro tipos de entrada, seis tipos de prato principal e três tipos de sobremesa. Para participar de determinada promoção nesse restaurante, cada cliente deverá escolher um item de cada uma dessas três categorias.

Com base nesse caso hipotético, julgue o item.

A probabilidade de um casal, que esteja participando dessa promoção, pedir exatamente os mesmos pratos é maior que 1,4%.

25. (UNIFIL/2022 – Pref. Lidianópolis) Considerando que foi sorteado um número de 1 a 16, assinale a alternativa que representa a probabilidade de que esse número seja múltiplo de 2.

a) 40%

b) 50%

c) 60%

d) 70%

26. (QUADRIX/2022 – CRF/GO) Julgue o item.

Escolhendo-se ao acaso um número inteiro de 1 a 2.022, a probabilidade de o número escolhido ser múltiplo de 5 é maior que 20%.

27. (QUADRIX/2022 – CRMV/MS) Um número é escolhido, aleatoriamente, entre 2.022 inteiros de 1 a 2.022. Com base nessa situação hipotética, julgue o item.

A probabilidade de o número escolhido ser múltiplo de 30 é igual a $\frac{69}{2.022}$.

28. (QUADRIX/2022 – CRMV/MS) Um número é escolhido, aleatoriamente, entre 2.022 inteiros de 1 a 2.022. Com base nessa situação hipotética, julgue o item.

A probabilidade de o número escolhido ser um quadrado perfeito é superior a 2%.

29. (MAIS/2022 – Pref. São Paulo) Miguel está no final de uma partida de um jogo de tabuleiro e precisa que ao jogar dois dados não viciados (de 1 a 6) a soma de ambos seja exatamente igual a 8 para que ele ganhe o jogo. Desse modo, assinale a alternativa que apresenta qual a probabilidade de Miguel conseguir que a soma seja 8 e ele ganhe o jogo.

a) 1/6

b) 11/36

c) 5/36

d) 2/9

e) 17/36

30. (IDECAN/2022 – AGRAER/MS) Ao se jogar dois dados convencionais, determine a probabilidade da soma dos resultados ser o número 7.

a) $P = \frac{1}{2}$

b) $P = \frac{1}{3}$

c) $P = \frac{1}{4}$

d) $P = \frac{1}{5}$

e) $P = \frac{1}{6}$

31. (FUNDATEC/2022 – Pref. Viamão) Dois dados são lançados simultaneamente. A probabilidade de a soma dos resultados ser estritamente menor que 4 é de:

a) 1/4

b) 1/12

c) 1/8

d) 1/6

e) 1/9

32. (IBFC/2022 – EBSERH-UNIFAP) Marcos esqueceu sua senha de cartão de crédito formada por 3 dígitos numéricos sem repetição.

Nessas circunstâncias, e sabendo que o primeiro número da senha é igual a 5, a chance de Marcos acertar a senha numa única tentativa é:

a) menor que 1%

b) maior que 2%

c) entre 2,5% e 3%

d) entre 1,5% e 2%

e) entre 1% e 1,5%

33. (FEPESE/2022 – FCEE) Uma comissão deve ser formada por um presidente e um vice-presidente a serem escolhidos, aleatoriamente, entre 4 homens e 6 mulheres. A probabilidade de a referida comissão ter uma mulher como presidente é:

a) Maior que 62%

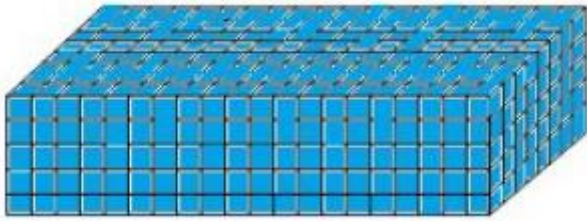
b) Maior que 59% e menor que 62%

c) Maior que 56% e menor que 59%

d) Maior que 53% e menor que 56%

e) Menor que 53%

34. (NUCEPE/2022 – PM/PI) Um paralelepípedo, com dimensões 20cm x 8cm x 5cm, foi pintado externamente de azul e, em seguida, dividido, com cortes paralelos aos lados, em cubinhos de 1 cm de aresta, conforme a figura abaixo.

Escolhido, ao acaso, um desses cubinhos, qual a probabilidade de nenhuma de suas faces ser pintada de azul?

a) $\frac{27}{100}$

b) $\frac{79}{200}$

c) $\frac{81}{200}$

d) $\frac{17}{40}$

e) $\frac{81}{400}$

35. (IBFC/2022 – MGS) Ana esqueceu o segredo do cofre de quatro dígitos e só sabe que ele é formado pelas letras A, B, C e D, sem repetição. Assinale a alternativa que apresenta a probabilidade de Ana acertar o segredo numa única tentativa.

a) 1/12

b) 1/40

c) 1/64

d) 1/24

36. (FUNDEP/2022 – Pref. Mariana) Um casal e mais seis amigos contrataram um carro com motorista para que pudessem fazer um tour pelo interior de uma cidade. No carro contratado, haviam três bancos, com três lugares cada, sendo que um dos bancos tinha uma de suas extremidades ocupada pelo lugar fixo do motorista do carro. Se o casal e os seis amigos entraram no carro e ocuparam um lugar em cada banco, a probabilidade de que o casal se sente lado a lado é igual a

a) 1/8

b) 5/56

c) 5/28

d) 1/28

37. (AOCP/2022 – PC/GO) Todos os anagramas da palavra AGENTE e todos os anagramas da palavra POLICIA (sem acento) foram embaralhados e escritos em uma mesma lista. Ao escolhermos um desses anagramas, aleatoriamente, a probabilidade de ser um anagrama da palavra AGENTE está entre

a) 0% e 20%

b) 21% e 40%

c) 41% e 60%

d) 61% e 80%

e) 81% e 100%

38. (Quadrix/2022 – CRO/ES) Julgue o item.

Selecionando-se um anagrama da palavra SISOS ao acaso, a probabilidade de ele começar com a letra S é de 60%.

39. (Legalle/2022 – Pref. Hulha Negra) Com relação à palavra CÂMARA, ao sortear-se aleatoriamente um anagrama formado por essa palavra, a probabilidade desse anagrama começar pela letra A é igual a:

a) 33,33...%

b) 50%

c) 66,66...%

d) 75%

e) Nenhuma das alternativas anteriores está correta

40. (IADES/2022 – ADASA) Suponha que cinco membros da Diretoria Colegiada da Adasa participem da International Conference on Water and Sustainability. Para a sessão plenária da conferência, foram reservados cinco lugares contíguos para os representantes da Adasa. Durante a plenária, foi realizado um intervalo de 15 minutos e, neste momento, os cinco membros se levantaram. Findo o intervalo, eles retornaram para os locais reservados. Qual é a probabilidade de que apenas dois deles sentem nos seus lugares originais, ou seja, naqueles que ocupavam antes do intervalo?

a) 1/2

b) 1/3

c) 2/5

d) 1/4

e) 1/6

41. (Access/2022 – CM Rio Acima) No armário de um escritório há oito processos empilhados, sendo dois deles referentes a desvio de verba pública. Um advogado pretende analisar esses dois processos. Ele irá fazer a retirada de dois processos, um após o outro, sem ler a capa, para analisar a sua sorte. Neste caso, a probabilidade de o advogado retirar os processos de desvio de verba é de

a) 2/11

b) 1/14

c) 1/28

d) 1/4

42. (AOCP/2022 – PC/GO) Considere as letras da palavra ESCRIVAO e todos os "N" conjuntos formados por 4 dessas letras. Cada um desses "N" conjuntos é escrito em um pedaço de papel, de modo que cada conjunto esteja em um papel. Se esses "N" papéis forem colocados em uma urna e embaralhados, então a probabilidade de se sortear um papel cujo conjunto escrito só tem vogais é igual a

a) 1/1680

b) 1/420

c) 1/300

d) 1/210

e) 1/70

43. (IBFC/2022 – CBM/AC) Numa caixa há seis bolas numeradas de 1 a 6. Considere todas as bolas iguais em tamanho, cor e densidade. O que as difere são apenas os números. Retiram-se duas bolas ao acaso desta caixa simultaneamente. Assinale a alternativa que apresenta qual a probabilidade de retirar essas duas bolas com números cuja soma deles seja um resultado múltiplo de 3.

a) 1/3

b) 1/5

c) 2/3

d) 4/5

44. (FEPESE/2022 – PCien/SC) Uma urna contém 6 bolas verdes e 4 bolas vermelhas. Retirando-se duas bolas ao acaso, simultaneamente, a probabilidade de que as bolas sejam de cores diferentes é

a) Maior que 57,5%

b) Maior que 55% e menor que 57,5%

c) Maior que 52,5% e menor que 55%

d) Maior que 50% e menor que 52,5%

e) Menor que 50%

45. (FEPESE/2022 – CELESC) Uma lanchonete coloca 20 calzones em uma vitrine em promoção, sendo que destes 5 são de frango e os outros não são de frango. Ao escolher 4 calzones ao acaso da referida vitrine, a probabilidade de nenhum dos calzones escolhidos ser de frango é:

a) Maior que 33%

b) Maior que 30% e menor que 33%

c) Maior que 27% e menor que 30%

d) Maior que 24% e menor que 27%

e) Menor que 24%

46. (Consulplan/2022 – CM Barbacena) No setor de logística de uma determinada empresa, há 7 profissionais trabalhando. Sabe-se que 2 dos funcionários são homens. Um grupo com 4 profissionais desse setor deve ser escolhido para discutir sobre um novo projeto.

Qual a probabilidade de que o grupo formado possua apenas trabalhadores do sexo feminino?

a) 1/7

b) 2/7

c) 4/21

d) 6/21

47. (Quadrix/2022 – CRBM) De um grupo de 6 homens e 6 mulheres, entre eles Anderson e Bárbara, deseja-se formar uma comissão de 4 pessoas. Com base nessa situação hipotética, julgue o item.

Se a comissão deve ser formada apenas por mulheres, a probabilidade de que Bárbara a integre é superior a 65%.

48. (Quadrix/2022 – CFFa) A fim de montar uma equipe para cuidar de um novo investimento de sua empresa, Gabriel precisa montar uma equipe de três funcionários. Ele dispõe de 18 funcionários diferentes para escolha, sendo oito desses funcionários graduados e dez não graduados. Com base nessa situação hipotética, julgue o item.

Se Gabriel escolher aleatoriamente os funcionários e todos eles tiverem igual probabilidade de serem selecionados, a probabilidade de a equipe ser montada apenas com graduados será maior que 7%.

49. (Fundação La Salle/2022 – São Leopoldo) Em uma loja de esportes, das 20 bolas de basquete disponíveis para a venda, 2 estão furadas. Se um cliente escolher 3 bolas de basquete ao acaso, qual a probabilidade de nenhuma estar furada?

a) 18/95

b) 18/20

c) 68/95

d) 68/20

e) 17/18

50. (SELECON/2022 – AMAZUL) Uma gaveta contém 5 bolas numeradas de 1 a 5. Retiram-se, ao acaso e simultaneamente, três dessas bolas e os números obtidos são p, q e r. A probabilidade de que a soma (p + q + r) seja um número par é igual a:

a) 3/10

b) 1/2

c) 3/5

d) 1/4

51. (SELECON/2022 – Pref. São Gonçalo) Uma pessoa comprou uma caixa com 10 garrafas de vinho, sendo 4 portugueses e 6 argentinos. Retirando-se ao acaso duas garrafas dessa caixa, a probabilidade de ambas serem de vinhos portugueses é igual a 4/n. O valor de n é igual a:

a) 10

b) 15

c) 20

d) 30

52. (Quadrix/2022 – CRO/ES) As irmãs Bianca e Sofia estão jogando um jogo de cartas com um baralho que possui dez cartas, no total. Conforme as regras desse jogo, deve-se tirar três cartas desse baralho, memorizá-las e devolvê-las ao baralho, embaralhando-o. Em seguida, deve-se escolher três novas cartas e anotar o número de cartas que vierem repetidas nesse grupo. Então, embaralha-se novamente o baralho, e a outra irmã repete o mesmo processo. Quem tiver mais cartas repetidas vence o jogo. Se as duas irmãs tirarem o mesmo número de cartas repetidas, o jogo termina empatado. Com base nessa situação hipotética, julgue o item.

A chance de se tirar exatamente uma carta repetida é menor que 50%.

53. (SELECON/2022 – CM São Gonçalo) Em um isopor, há 10 frascos de uma determinada vacina A e 40 de uma vacina B. Se dois frascos são retirados ao acaso desse isopor, a probabilidade de ambos serem de um mesmo tipo de vacina é igual a:

a) 33/49

b) 43/50

c) 11/49

d) 23/50

54. (Legalle/2022 – Pref. Hulha Negra) Seis pessoas, Ana, Bia, Cacau, Débora, Elis e Flávia vão fazer uma viagem em 3 carros com duas pessoas em cada carro. Distribuindo ao acaso as pessoas nos carros e sabendo que todas as pessoas possuem habilitação para esse veículo, qual a probabilidade de que fiquem juntas Ana com Bia?

a) 10%

b) 15%

c) 20%

d) 25%

e) 30%

55. (IBFC/2021 – IBGE) Um supervisor deve escolher somente um agente para realizar um trabalho de pesquisa. Na região Sul há 23 agentes, na região Norte há 18 agentes, na região Leste há 17 agentes e na região Oeste há 31 agentes.

A probabilidade de que o agente escolhido não seja da região Norte é mais próximo de:

a) 20%

b) 74%

c) 26%

d) 77%

e) 80%

56. (FUNDEP/2021 – CM Uberlândia) Em um jarro existem 36 rosas, das quais metade são vermelhas, a terça parte do restante são amarelas e as outras são brancas.

Retirando-se, ao acaso, uma rosa desse jarro, qual é a probabilidade de que ela seja branca?

a) 1/6

b) 1/4

c) 1/3

d) 1/2

57. (OBJETIVA/2021 – Pref. Venâncio Aires) Em uma urna, foram colocadas 20 fichas e cada uma delas tem um número de 1 a 20. Sendo assim, retirando-se aleatoriamente uma ficha dessa urna, qual a probabilidade de ela conter um número que é um múltiplo de 3?

a) 20%

b) 25%

c) 30%

d) 35%

e) 40%

58. (FCM - CEFETMINAS/2021 – Pref. B Vista/MG) Considere um conjunto $A \subset \mathrm{N}$, sendo:

$$A = \left\{x \in \mathrm{N} | \frac{7!}{4!.3!} \leq x < \frac{7!}{5!}\right\}$$

Sorteando-se um número do conjunto A, é correto afirmar que a probabilidade de ele ser um número par está apresentada em

a) 1/2

b) 1/4

c) 3/5

d) 3/7

59. (Quadrix/2021 – CRT/SP) Um cartão possui senha com 4 dígitos, de 0 a 9. Sabe-se que o primeiro dígito é um número ímpar e que os dígitos não se repetem. Com base nesse caso hipotético, julgue o item.

A probabilidade de o segundo dígito ser o número 3 é menor que 10%.

60. (IDIB/2021 – CREMEPE) Um baralho contém 52 cartas. Duas delas são retiradas de forma aleatória e sem reposição. Determine a probabilidade de ambas serem de paus.

a) 1/11

b) 1/15

c) 1/17

d) 1/19

61. (AOCP/2021 – PC/PA) Considere um experimento no qual se escolhe, ao acaso, um ponto de um círculo centrado na origem do Sistema Cartesiano e que tem raio R = 2 cm. Então, a probabilidade de o ponto escolhido situar-se, no máximo, a 1,5 cm da origem é

a) 75%

b) 56,25%

c) 25,75%

d) 37,5%

e) 12,5%

62. (Quadrix/2021 – CRESS 18/SE) Gabriela tem um gosto musical muito eclético. Ela possui uma coleção invejável de DVDs de axé, heavy metal e jazz, de artistas nacionais e internacionais. A respeito da coleção, sabe-se que:

- **não há DVDs de axé de artistas internacionais;**
- **o número de DVDs de jazz corresponde ao dobro do número de DVDs de axé;**
- **há exatamente 41 DVDs de heavy metal;**
- **o número de DVDs de artistas nacionais de jazz equivale a 25% do número de DVDs de artistas nacionais de heavy metal;**
- **há exatamente 50 DVDs de artistas nacionais; e**
- **há exatamente 34 DVDs de artistas internacionais de jazz.**

Com base nesse caso hipotético, julgue o item.

Escolhendo-se um DVD de um artista nacional ao acaso na coleção, a probabilidade de ele ser de axé é de 48%.

63. (SELECON/2021 – Pref. São Gonçalo) Em uma caixa existem sete bolas brancas e n bolas pretas. Escolhendo-se ao acaso duas dessas bolas, a probabilidade de que ambas sejam brancas é igual a 7/15. O valor de n satisfaz à seguinte relação:

a) $n^2 - 10n = 56$

b) $n^2 + 10n = 56$

c) $n^2 - 13n = 48$

d) $n^2 + 13n = 48$

Gabarito

1. LETRA D
2. LETRA E
3. LETRA A
4. LETRA E
5. LETRA B
6. LETRA B
7. LETRA B
8. LETRA B
9. LETRA C
10. LETRA A
11. LETRA B
12. LETRA B
13. LETRA C
14. LETRA B
15. LETRA D
16. LETRA A
17. LETRA C
18. ERRADO
19. LETRA D
20. LETRA E
21. LETRA C
22. LETRA D
23. LETRA C
24. ERRADO
25. LETRA B
26. ERRADO
27. ERRADO
28. CERTO
29. LETRA C
30. LETRA E
31. LETRA B
32. LETRA E
33. LETRA B
34. LETRA C
35. LETRA D
36. LETRA C
37. LETRA A
38. CERTO
39. LETRA B
40. LETRA E
41. LETRA C
42. LETRA E
43. LETRA A
44. LETRA C
45. LETRA C
46. LETRA A
47. CERTO
48. ERRADO
49. LETRA C
50. LETRA C
51. LETRA D
52. ERRADO
53. LETRA A
54. LETRA C
55. LETRA E
56. LETRA C
57. LETRA C
58. LETRA D
59. CERTO
60. LETRA C
61. LETRA B
62. ERRADO
63. LETRA D

LISTA DE QUESTÕES – MULTIBANCAS

Combinações de Eventos

1. (QUADRIX/2023 – IPREV/DF) Considerando que A e B são mutuamente exclusivos, tais que $P(A) = 0,4$ e $P(B) = 0,2$, julgue o item.

$P(A \cup B) = 0{,}6.$

2. (QUADRIX/2023 – IPREV/DF) Considerando que A e B são mutuamente exclusivos, tais que $P(A) = 0,4$ e $P(B) = 0,2$, julgue o item.

$P(A \cap B) = 0{,}08.$

3. (QUADRIX/2023 – IPREV/DF) Considerando que A e B são mutuamente exclusivos, tais que $P(A) = 0,4$ e $P(B) = 0,2$, julgue o item.

$P(\bar{A} \cap \bar{B}) = 0{,}48.$

4. (PROGEP/2022 – FURG) Sendo $P(A) = x$, $P(B) = y$ e $P(A \cap B) = z$, então:

I) $P(\bar{A} \cup \bar{B}) = 1 - z$
II) $P(\bar{A} \cup B) = 1 - x + z$
III) $P(\bar{A} \cap \bar{B}) = x + y - z$

As afirmações corretas são:

a) Apenas I

b) Apenas I e II

c) Todas as afirmações

d) Apenas I e II

e) Nenhuma das afirmações

5. (FUMARC/2022 – TRT 3ª Região) Considere que $P(A) = \frac{1}{2}$, $P(B) = \frac{1}{3}$ e $P(A \cap B) = \frac{1}{4}$. Baseando-se nos valores fornecidos, selecione, dentre as opções a seguir, a CORRETA.

a) $P(A^C \cap B^C) = \frac{1}{3}$

b) $P(A^C \cap B^C) = \frac{1}{6}$

c) $P(A^C \cup B^C) = \frac{5}{6}$

d) $P(A^C \cap B^C) = \frac{5}{12}$

e) $P(A^C \cup B^C) = \frac{5}{12}$

6. (Consulplan/2022 – PM/RN) Para que um medicamento seja produzido, a probabilidade de utilização do composto X é 0,28, a probabilidade de utilização do composto Y é 0,11 e a probabilidade de utilização de ambos os compostos é 0,04.

Nesse contexto, qual a probabilidade de não ser utilizado nem o composto X e nem o composto Y na fabricação de um medicamento?

a) 0,35

b) 0,43

c) 0,57

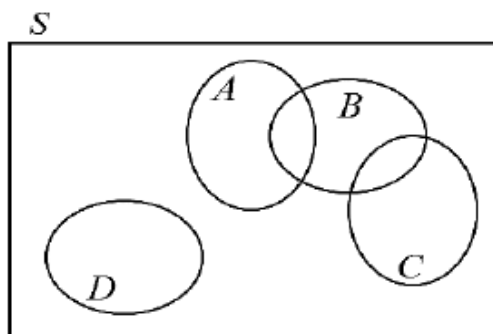
d) 0,65

e) 0,77

7. (Quadrix/2022 – CRP 10) Para a realização de uma dinâmica de grupo, deseja-se selecionar 6 pessoas de um conjunto de 10 pessoas (entre elas Anderson e Bárbara).

Com base nessa situação hipotética, julgue o item.

Selecionando-se as 6 pessoas aleatoriamente, a probabilidade de Anderson ou Bárbara não participarem da dinâmica de grupo é de $\frac{2}{3}$.

8. (FUMARC/2022 – TRT 3ª Região) O Diagrama de Venn representa um espaço amostra S e os eventos A, B, C e D.

De acordo com o diagrama, é CORRETO afirmar:

a) Os eventos $\boldsymbol{A^C}$ e $\boldsymbol{B^C}$ são mutuamente excludentes e coletivamente exaustivos.

b) Os eventos $\boldsymbol{D^C}$ e $\boldsymbol{B^C}$ são mutuamente excludentes e coletivamente exaustivos.

c) Os eventos $\boldsymbol{A}$ e $\boldsymbol{B}$ não são mutuamente excludentes e os eventos $\boldsymbol{B}$ e $\boldsymbol{D}$ são.

d) Os eventos $\boldsymbol{A}, \boldsymbol{B}, \boldsymbol{C}$ e $\boldsymbol{D}$ são coletivamente exaustivos.

e) Os eventos $\boldsymbol{B}$ e $\boldsymbol{C}$ são mutuamente excludentes e os eventos $\boldsymbol{A}$ e $\boldsymbol{C}$ não são.

9. (IDECAN/2022 – DPT/BA) Sobre probabilidade, analise os itens a seguir:

I. Chamamos de espaço amostral, e indicamos por Ω, um conjunto formado por todos os resultados possíveis de um experimento aleatório.
II. Considerando um experimento aleatório, cujo espaço amostral é Ω. Chamaremos de evento todo subconjunto de Ω.
III. Sejam A e B dois eventos, se A ∩ B = Ø, A e B são chamados mutuamente excludentes.

Assinale

a) se todos os itens estiverem corretos.

b) se apenas o item I estiver correto.

c) se apenas o item II estiver correto.

d) se apenas o item III estiver correto.

e) se apenas os itens I e III estiverem corretos.

10. (Legalle/2022 – Pref. Hulha Negra) Uma determinada pesquisa foi realizada com 200 pessoas sobre a preferência de marcas de chocolate em pó; sabe-se que cada pessoa só poderia escolher um único achocolatado como resposta. Os resultados foram os seguintes:

Choconinho: 73
Achocoló: 33
Cacaupower: 34
Amorechoco: 60

Escolhendo-se, ao acaso, uma das pessoas pesquisadas, a probabilidade da sua marca preferida ser Choconinho ou Achocoló é:

a) 47%

b) 53%

c) 62%

d) 69%

e) 74%

11. (QUADRIX/2022 – CRT/MG) Anderson e Bárbara resolveram jogar par ou ímpar de uma forma nada convencional. Cada um lançaria um dado com faces gravadas com números de um a seis. Se o produto dos números observados fosse par, Bárbara seria a vencedora. Se o produto dos números observados fosse ímpar, Anderson seria o vencedor. Com base nessa situação hipotética, julgue o item.

A probabilidade de a soma dos números observados ser igual a 5 ou 9 é de 0,222222...

12. (FEPESE/2022 – Pref. Guatambu) Em um grupo de 40 pessoas, todos falam inglês ou alemão. Sabe-se também que 15 falam inglês e 35 falam alemão.

Escolhendo-se ao acaso uma pessoa neste grupo, a probabilidade de que esta pessoa fale inglês e alemão é:

a) Maior que 30%

b) Maior que 28% e menor que 30%

c) Maior que 26% e menor que 28%

d) Maior que 24% e menor que 26%

e) Menor que 24%

13. (IBFC/2022 – PC/BA) Ao lançar um dado de 6 faces com números de 1 a 6 ao chão, a probabilidade de o número da face voltada para cima ser par ou maior que 3 é aproximadamente igual a:

a) 60%

b) 33%

c) 67%

d) 40%

e) 83%

14. (IBFC/2022 – DETRAN/AM) Seja o evento: retirar uma bola de uma urna com exatamente 13 bolas, numeradas de 2 a 14. A probabilidade de retirarmos uma bola da urna, sendo de número ímpar ou maior que 8 é, aproximadamente igual a:

a) 23%

b) 69%

c) 54%

d) 62%

15. (IDECAN/2022 – IF/PA) João e Maria estão jogando o jogo do 7, o qual é jogado com dois dados. Caso a soma dos resultados da face de cima seja 7, João ganha R$ 2,00 de Maria; caso seja diferente de 7, Maria ganha um real de João.

Sobre a situação apresentada, assinale a alternativa correta.

a) No jogo, quem leva vantagem é João, pois em todas as 36 somas diferentes, somente 6 dão total 7.

b) Em cada jogada a probabilidade de vitória é a mesma para João e Maria.

c) No jogo, quem leva vantagem é Maria, pois em todas as 36 somas diferentes, somente 6 dão total 7.

d) Em cada jogada há uma probabilidade de 5/6 para João ganhar.

16. (IBFC/2022 – MGS) Jogando um dado duas vezes ao chão e anotando-se o resultado, a probabilidade de a soma entre as duas faces voltadas para cima ser maior que 5 é:

a) 5/18

b) 13/18

c) 5/36

d) 5/12

17. (CPCP/2022 – UTFPR) Em uma equipe com 20 engenheiros, há apenas 4 que já ocuparam a função de chefe. Selecionados 2 engenheiros dessa equipe, a probabilidade de que ao menos um já tenha sido chefe é:

a) 7/19

b) 12/19

c) 17/19

d) 12/5

e) 17/10

18. (FEPESE/2022 – FCEE) Em uma empresa com 120 funcionários, 55% do total de funcionários sabe programar e 40% do total de funcionários não é fluente em inglês. Sabe-se ainda que 3/4 das pessoas que são fluentes em inglês sabem programar.

Escolhendo ao acaso um dos funcionários da empresa, a probabilidade de essa pessoa saber programar e não ser fluente em inglês é:

a) Maior que 17%

b) Maior que 15% e menor que 17%

c) Maior que 13% e menor que 15%

d) Maior que 11% e menor que 13%

e) Menor que 11%

19. (IBRASP/2021 – Pref. Rio Grande) Considerando-se que em determinada urna existem ao todo 6 bolas, e cada bola possui um número diferente, de 1 a 6.

Ao retirar ao acaso uma bola dessa urna, a probabilidade dessa bola ser um número par ou um número maior que 4 é de aproximadamente quantos por cento?

a) 38,75%

b) 45,12%

c) 58,36%

d) 66,67%

e) 72,92%

20. (Legalle/2021 – Pref. São Marcos) Para a realização de um sorteio entre 50 funcionários da prefeitura municipal, foram distribuídas fichas de 1 a 50.

Sabendo que o sorteado foi escolhido aleatoriamente, quais as chances desse número ser impar ou múltiplo de 5?

a) 7/10

b) 7/3

c) 3/5

d) Nenhuma das anteriores

21. (Objetiva/2021 – Pref. Venâncio Aires) Em uma urna, são colocadas 40 fichas numeradas de 1 a 40. Retirando aleatoriamente uma ficha dessa urna, qual a probabilidade de ela ser um múltiplo de 5 ou de 3?

a) 21/40

b) 1/2

c) 19/40

d) 9/20

e) 15/40

22. (FAPIPA/2021 – Pref. Barra do Jacaré) Em uma caixa há bolas enumeradas de 1 a 30. Qualquer uma delas possui a mesma chance de ser retirada. Qual será á probabilidade de se retirar uma bola com número par ou primo?

a) 60%

b) 70%

c) 80%

d) 90%

e) 50%

Gabarito

1. CERTO
2. ERRADO
3. ERRADO
4. LETRA D
5. LETRA D
6. LETRA D
7. CERTO
8. LETRA C
9. LETRA A
10. LETRA B
11. CERTO
12. LETRA D
13. LETRA C
14. LETRA B
15. LETRA C
16. LETRA B
17. LETRA A
18. LETRA E
19. LETRA D
20. LETRA C
21. LETRA C
22. LETRA C

LISTA DE QUESTÕES – MULTIBANCAS

Axiomas de Probabilidade

1. (IADES/2021 – CAU/MS)

Faixa Etária	Proporção
Até 30 anos	3x%
31 a 40 anos	32%
41 a 50 anos	18%
51 a 60 anos	14%
Mais de 60 anos	x%

A tabela representa a proporção de arquitetos e urbanistas, em 2017, por faixa etária.

Qual é o percentual (x%) de arquitetos e urbanistas com mais de 60 anos de idade?

a) 9%

b) 12%

c) 15%

d) 18%

e) 27%

2. (IBFC/2021 – IBGE) Se a probabilidade de ocorrência de cada número de um dado de seis faces com números de 1 a 6 corresponde ao seu real valor, ou seja, a chance de ocorrência da face 2 é duas vezes maior de ocorrência da face 1, a chance de ocorrência da face 3 é três vezes maior de ocorrência da face 1 e assim por diante, então ao jogar esse dado no chão, a probabilidade de o número da face voltada para cima ser maior que 5 é igual a:

a) 11/21

b) 1/3

c) 4/7

d) 6/21

e) 1/6

3. (IMPARH/2021 – Pref. Fortaleza) Nos estudos de probabilidades, é muito comum definir a probabilidade de um evento como o número de elementos deste evento dividido pelo número de elementos do espaço amostral. Contudo, essa definição pressupõe que o espaço amostral seja finito e que a distribuição de probabilidade seja uniforme, ou seja, cada elemento do espaço tenha a mesma chance de ser selecionado. Isso dificilmente ocorre no mundo real, em que certos elementos do espaço terão mais chances de serem obtidos do que outros. Maria tem um dado viciado de 6 faces numeradas de 1 a 6, que foi adulterado de modo que a probabilidade de cada número ímpar ser obtido é duas vezes maior que a probabilidade de cada número par. Além disso, dentre os números pares, cada um deles tem a mesma probabilidade se ser obtido.

Ao lançar o dado, qual a probabilidade de obter o número 6?

a) 1/9

b) 1/6

c) 1/3

d) 1/2

4. (Quadrix/2021 – CRESS 18/SE) Luigi e Mário são irmãos que se amam, mas que vivem discutindo por motivos banais. Para evitar mais um conflito, Mário sugeriu uma solução simples: um jogo de cara ou coroa. Ele puxou uma moeda do bolso e disse: "Vou fazer um lançamento com essa moeda. Se der cara, serei o vencedor e, se der coroa, você será o vencedor". Luigi achou uma ótima ideia e concordou, mas ele não sabia que a moeda de Mário não era honesta. Na verdade, a probabilidade de sair coroa era 4 vezes menor que a probabilidade de sair cara.

Com base nessa situação hipotética, julgue o item.

A probabilidade de Luigi ser vencedor dessa discussão é de 20%.

5. (Quadrix/2021 – CORE/PR) Um dado na forma de icosaedro, numerado de 1 a 20, é lançado uma vez e o resultado é anotado. Ao todo, esse dado tem 30 arestas e 12 vértices.

Com base nessa situação hipotética, julgue o item.

Se o dado for viciado, de modo que a probabilidade de se observar um número par qualquer seja 7 vezes maior que a probabilidade de se observar um número ímpar qualquer, então a probabilidade de o resultado anotado ser igual a 1 ou a 20 é de $\frac{1}{10}$.

GABARITO

1. LETRA A
2. LETRA D
3. LETRA A
4. CERTO
5. CERTO

LISTA DE QUESTÕES – MULTIBANCAS

Probabilidade Condicional

1. (Instituto Verbena/2024 – TJ/AC) Considere a situação a seguir. Dois jogadores, X e Y, disputam o seguinte jogo:

- **O jogador X inicia lançando um dado honesto e, se ocorrer face par, ganha o jogo.**
- **Caso X não ganhe, o jogador Y joga o dado honesto e, se ocorrer face ímpar, ganha.**
- **Caso nem X nem Y ganhe o jogo, repete-se o esquema já descrito.**

Qual a probabilidade do jogador Y de ganhar o jogo?

a) $\frac{1}{6}$

b) $\frac{1}{3}$

c) $\frac{1}{2}$

d) $\frac{2}{3}$

2. (AOCP/2024 – PM-PE) A ocorrência de um crime contava com apenas duas testemunhas oculares. Após o início das investigações, as evidências apontaram para três irmãos gêmeos idênticos, sem qualquer característica física que permitisse distingui-los naquela situação. Sabe-se que nenhum deles tem álibi e que um deles realmente é o único criminoso. As testemunhas, na ânsia de se livrarem rapidamente da situação, optaram por apontar aleatoriamente (ainda que de forma imprudente) um dos três irmãos como culpado. Considerando as informações constantes nesse problema, qual é a probabilidade de ambas as testemunhas terem apontado corretamente para o criminoso?

a) Aproximadamente 50%.

b) Aproximadamente 33%.

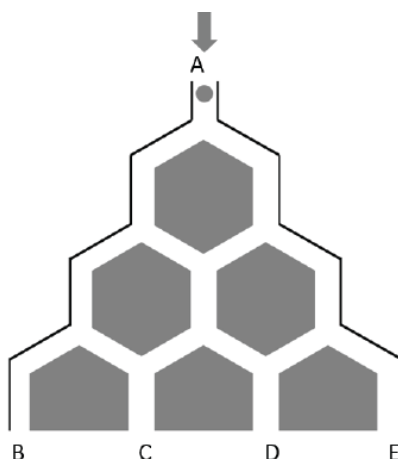
c) Aproximadamente 17%.

d) Aproximadamente 11%.

e) Aproximadamente 2%.

3. (Quadrix/2023 – IPREV/DF) Considerando os números de 3 algarismos distintos formados com os dígitos 1, 2, 3, 6, 8, 9, julgue o item.

Sorteado um desses números ao acaso, a probabilidade de ele ser múltiplo de 9, dado que ele é menor que 300, é igual a 15%.

4. (FCM-CEFETMINAS/2023 – Pref. Contagem) Observe a figura a seguir.

A figura representa um sistema de caminhos, onde uma bola é solta no ponto A e desce até uma das saídas B, C, D ou E. Em cada bifurcação a bola desce em qualquer um dos lados, com igual probabilidade para cada um. Assim, a probabilidade da bola finalizar o trajeto percorrido no ponto C é

a) menor que 26%

b) entre 26% e 35%

c) entre 35% e 40%

d) entre 40% e 51%

e) maior que 51%

5. (FCM-CEFETMINAS/2023 – Pref. Contagem) Paulo, José e Carlos combinaram uma aposta, fazendo sucessivos lançamentos de uma moeda não viciada e observando os resultados possíveis de cara ou coroa em cada lançamento.

Pela regra combinada, Paulo vence a disputa se ocorrem duas coroas consecutivamente. José vence se forem obtidas duas caras consecutivamente e Carlos vence caso sejam obtidos os resultados de cara e coroa, nessa ordem, em dois lançamentos consecutivos. Eles jogam a moeda até que o primeiro deles vença a disputa.

Assim, considerando-se essa situação, é verdade que

a) os três têm a mesma probabilidade de vencer a aposta.

b) Paulo é o que tem a maior probabilidade de vencer a aposta.

c) Carlos é o que tem a maior probabilidade de vencer a aposta.

d) José e Carlos têm, cada um, maior probabilidade de vencer a aposta do que Paulo.

e) Paulo e José têm, cada um, maior probabilidade de vencer a aposta do que Carlos.

6. (IADES/2023 – SEPLAD/DF) As equipes econômicas dos governos do Distrito Federal (DF) e do Goiás (GO) participaram de uma reunião por videoconferência, realizada com vistas à troca de experiências exitosas. Sabe-se que a equipe do DF foi representada por 5 homens e 3 mulheres, e a do GO por 2 homens e 4 mulheres.

No final da videoconferência, uma pessoa foi sorteada ao acaso para redigir a ata da reunião. Uma vez que o escolhido é um homem, a probabilidade de ser participante da equipe de GO equivale a

a) 1/7

b) 2/6

c) um valor acima de 0,3

d) um número real maior do que a probabilidade dele ter sido do DF

e) um valor superior a 28%

7. (Consulplan/2023 – MPE/MG) Levantamento em determinado período de tempo indicou que dois Ministros Promotores Públicos A e B são responsáveis por 60% e 40%, respectivamente, da produção processual em certa comarca onde atuam. Sabe-se que os índices de "processos investigativos sem conclusão" por eles equivalem a 3% e 7%, respectivamente. Assim, considerando que um processo inconclusivo foi selecionado ao acaso do rol de processos desta comarca neste determinado período de tempo, qual é a probabilidade de que tenha ocorrido com o Promotor B?

a) 50,87%

b) 55,87%

c) 60,87%

d) 65,87%

8. (CONSULPLAN/2022 – SEED/PR) Geralda realizou uma festa de aniversário e ganhou de Paula nove anéis, sendo quatro de titânio e cinco de paládio. Gilberto decidiu dar o mesmo presente; porém, foram onze anéis, sendo oito de titânio e três de paládio. Geralda guarda todos esses anéis em um único recipiente, exclusivo para eles. Ao se arrumar para um determinado evento, Geralda escolheu, aleatoriamente, um anel do recipiente e verificou que é de titânio.

Qual a probabilidade de que esse anel de titânio seja um dos anéis dados por Paula?

a) 1/3

b) 2/7

c) 4/7

d) 5/8

9. (RBO/2022 – Auditor de Tributos - BH) Numa empresa, 10% das pessoas apresentam algum tipo de comorbidade. Uma pesquisa aponta que a probabilidade de uma pessoa com comorbidade ficar contaminadas com COVID-19 é de 90%, enquanto as pessoas sem comorbidade tem 30% de chance de contaminação. Nessas condições, se uma pessoa desta empresa está contaminada com COVID-19, a probabilidade de que essa pessoa não apresente comorbidade é de:

a) 25,0%

b) 33,3%

c) 66,7%

d) 75%

e) 82,5%

10. (SELECON/2022 – AMAZUL) O departamento de engenharia mecânica de uma empresa estima que a probabilidade de uma empresa concorrente planejar a fabricação de equipamentos para área naval, dentro dos próximos três anos, é de 0,30. Se a concorrência tem tais planos, será certamente construída uma fábrica nova. Caso contrário, há ainda uma probabilidade de 0,60 de, por qualquer outra razão, a concorrente construir uma nova fábrica.

Se iniciou os trabalhos de construção de uma fábrica, a probabilidade de que a concorrência tenha decidido entrar para área naval é de:

a) 0,19

b) 0,30

c) 0,42

d) 0,72

11. (FEPESE/2022 – Pref. Criciúma) Um candidato está participando de um concurso público em que há questões de múltipla escolha com 5 alternativas de resposta, sendo que apenas uma delas é a correta. A probabilidade de que o candidato saiba a resposta correta de uma questão é de 40%. Se ele não souber a resposta correta da questão, há a possibilidade de escolher aleatoriamente qualquer uma das alternativas (“chute”).

Se o candidato acertou a questão, a probabilidade de ele realmente saber a resposta correta é de:

a) 54,38%

b) 66,67%

c) 76,92%

d) 81,56%

e) 92,24%

12. (FEPESE/2022 – Pref. Criciúma) No cadastro tributário do município de Estalinho há registros de apenas duas classificações de contribuintes, de acordo com a opção adotada para a apuração de impostos: os 60% que estão enquadrados no Simples Nacional; e os 40% que estão enquadrados como Microempreendedores Individuais (MEIs). Do total de contribuintes, 5% dos enquadrados no Simples Nacional e 2% dos enquadrados como MEIs declararam ter receita bruta mensal superior a R$ 3.000. Um auditor fiscal escolhe ao acaso um contribuinte com receita bruta mensal superior a R$ 3.000. A probabilidade de o contribuinte escolhido estar enquadrado no Simples Nacional é de:

a) 45,67%

b) 55,21%

c) 64,33%

d) 78,95%

e) 81,90%

13. (AVANÇASP/2022 – Pref. Vinhedo) João tem duas caixas, A e B, com figuras de animais. Na caixa A há 4 cachorros e 2 gatos. Na caixa B há 2 cachorros e 1 gato. De forma aleatória, João pega uma figura da caixa A e coloca na caixa B. Ele, então, pega uma figura da caixa B. Qual a probabilidade da figura ser um cachorro?

a) 12/3

b) 1/2

c) 5/2

d) 3/2

e) 2/3

14. (AOCP/2022 – Pref. Pinhais) O setor de recursos humanos da Prefeitura de Pinhais verificou que, quando chove, a probabilidade de um servidor faltar é de 12%. Se não chover, a probabilidade de um servidor faltar é de 2%. Se amanhã a probabilidade de chuva for de 40%, qual é a probabilidade de um servidor qualquer faltar?

a) 4%

b) 4,8%

c) 5,2%

d) 5,6%

e) 6%

15. (Consulplan/2022 – CM Unaí) Determinado curso preparatório para vestibulares possui duas modalidades de matrícula: básica e avançada. Após um levantamento realizado pelo gestor do curso, constatou-se que há 105 alunos matriculados na modalidade básica e 76 na modalidade avançada. Também foi constatado que 40% dos alunos da modalidade básica estão animados com o vestibular e que apenas 25% dos matriculados na modalidade avançada não estão animados com o vestibular. Com base nessa situação hipotética, caso um aluno seja escolhido aleatoriamente para dar uma entrevista sobre tal curso preparatório, a probabilidade de que o entrevistado não esteja animado com o vestibular está compreendida entre:

a) 0 e 25,0%

b) 25,1% e 50,0%

c) 50,1% e 75,0%

d) 75,1% e 100,0%

16. (Consulplan/2022 – Pref. Caeté) Em um estojo, há marcadores de texto com apenas três cores: verde, amarelo e rosa. Sabe-se que 40% dos marcadores de texto são verdes; 35% são amarelos; e, 25% são rosas. Adicionalmente, alguns marcadores de texto estão sem tinta nas seguintes porcentagens: 80% dos verdes; 60% dos amarelos; e, 50% dos rosas. Se um marcador de texto é escolhido aleatoriamente, qual a probabilidade dele não possuir tinta?

a) 0,345

b) 0,455

c) 0,545

d) 0,655

17. (FURB/2022 – Pref. Blumenau) Uma determinada peça é manufaturada por três fábricas (1, 2 e 3). A fábrica 1 produz o dobro de peças que a fábrica 2 e a fábrica 2 e 3 produzem o mesmo número de peças durante determinado tempo. Ainda, 2% das peças produzidas pelas fábricas 1 e 2 são defeituosas, enquanto que 4% das produzidas pela fábrica 3 são defeituosas. Todas as peças produzidas são colocadas em um depósito. Considerando que uma peça é extraída ao acaso, a probabilidade de que essa peça seja defeituosa é de:

a) 0,025

b) 0,035

c) 0,02

d) 0,015

e) 0,01

18. (FURB/2022 – Pref. Blumenau) Uma determinada peça é manufaturada por três fábricas (1, 2 e 3). A fábrica 1 produz o dobro de peças que a fábrica 2 e a fábrica 2 e 3 produzem o mesmo número de peças durante determinado tempo. Ainda, 2% das peças produzidas pelas fábricas 1 e 2 são defeituosas, enquanto que 4% das produzidas pela fábrica 3 são defeituosas. Todas as peças produzidas são colocadas em um depósito. Considerando que a peça extraída é defeituosa, a probabilidade de que ela seja da fábrica 1 é de:

a) 15%

b) 5%

c) 40%

d) 20%

e) 10%

19. (Consulplan/2022 – SEED/PR) Em uma fábrica automotiva, as peças são produzidas pelas máquinas 1, 2 ou 3. A máquina 1 produz o dobro de peças da máquina 2 e o número de peças produzidas pela máquina 2 é igual ao número de peças produzidas pela máquina 3. Sabe-se que 4% das peças produzidas pela máquina 1 são defeituosas, enquanto que nas peças produzidas pelas máquinas 2 e 3 as porcentagens de peças defeituosas produzidas são 6% e 2%, respectivamente. Se uma peça automotiva produzida por essa fábrica for escolhida ao acaso, a probabilidade dela ser defeituosa será de:

a) 0,02

b) 0,03

c) 0,04

d) 0,05

20. (QUADRIX/2022 – COREN/AP) Em uma equipe de competição de jiu-jitsu, há 6 faixas brancas, 1 faixa azul, 4 faixas roxa, 2 faixas marrons e 1 faixa preta. Com base nessa situação hipotética, julgue o item.

Suponha-se que um competidor tenha sido selecionado ao acaso. Nesse caso, sabendo-se que ele não é faixa branca, a probabilidade de ele ser faixa preta é de 6,25%.

21. (IBFC/2022 – PC/BA) Um delegado precisa analisar 16 inquéritos distintos, sendo 6 relacionados a roubo, 5 relacionados à agressão e o restante relacionados à pensão alimentícia. Nessas condições, a probabilidade desse delegado escolher somente um inquérito e esse ser relacionado a roubo, sabendo que esse inquérito não é relacionado à agressão, é aproximadamente igual a:

a) 55%

b) 38%

c) 67%

d) 44%

e) 75%

22. (IBFC/2022 – PM/RN) Na formatura de conclusão do curso preparatório de cadetes compareceram 15 tenentes, 12 capitães, 10 majores e 3 coronéis. Se um deles for escolhido para ser o Paraninfo, a probabilidade de ser um capitão, sabendo que não é coronel, é aproximadamente igual a:

a) 32%

b) 40%

c) 38%

d) 27%

e) 42%

23. (FURB/2022 – Pref. Blumenau) Considere uma amostra de 350 mitocôndrias rejuvenescidas, em que 8 são mutáveis. Se duas são selecionadas ao acaso, a probabilidade de que a segunda selecionada seja mutável dado que a primeira foi mutável é de:

a) 0,03

b) 0,06

c) 0,02

d) 0,05

e) 0,04

24. (FURB/2022 – Pref. Blumenau) Considere a tabela abaixo referente a um estudo sobre pressão e peso.

Pressão	Peso	
	Excesso	Normal
Alta	0,15	0,05
Normal	0,20	0,60

A probabilidade de um indivíduo que tem excesso de peso ter pressão alta é de:

a) 0,42

b) 0,43

c) 0,40

d) 0,30

e) 0,50

25. (FURB/2022 – Pref. Blumenau) Considere a tabela abaixo referente a um estudo sobre transmutação de folhas.

Transmutação total da cor	Transmutação total da textura	
	Sim	Não
Sim	243	26
Não	13	18

Considerando que a folha não complete a transformação textural, a probabilidade de que ela completará a transformação de cor é de:

a) 0,62

b) 0,59

c) 0,60

d) 0,61

e) 0,63

26. (IBFC/2022 – DETRAN/AM) A tabela indica o total de atletas de um centro de treinamento, em duas modalidades.

Modalidade	Ginástica Artística	Judô
Homens	12	25
Mulheres	23	17

De acordo com a tabela a probabilidade de que uma mulher seja escolhida para hastear a bandeira num campeonato mundial sabendo que ela é da modalidade judô é:

a) 20/21

b) 40/77

c) 17/77

d) 17/42

27. (IBFC/2022 – PC/BA) A tabela indica a idade das pessoas atendidas numa delegacia em certo dia.

	Até 30 anos	Acima de 30 anos
Homens	15	13
Mulheres	10	12

Se uma pessoa fosse escolhida, aleatoriamente, a probabilidade de ela ser uma mulher, sabendo que sua idade é de até 30 anos é igual:

a) 20%

b) 40%

c) 50%

d) 30%

e) 45%

28. (Consulplan/2022 – Pref. Caeté) Em um determinado dia, 200 clientes de um supermercado foram questionados a respeito da marca preferida de café. Considerando que cada cliente optou por apenas uma das marcas A, B ou C, a tabela seguinte retrata o resultado dessa pesquisa; observe:

	Marca A	Marca B	Marca C
Masculino	20	50	10
Feminino	20	80	20

Se uma pessoa for escolhida ao acaso e for verificado que ela é do sexo masculino, qual a probabilidade dessa pessoa ter optado pela marca A?

a) 0,10

b) 0,15

c) 0,25

d) 0,50

29. (CONSULPLAN/2022 – PM/RN) Uma pesquisa foi conduzida em uma amostra de 220 profissionais da saúde para investigar se houve um aumento de insônia durante a pandemia do Coronavírus (Covid-19). A tabela apresenta o resultado da pesquisa:

	Aumento de Insônia	
Sexo	Sim	Não
Masculino	46	82
Feminino	38	54

Considere os eventos:

- **X: selecionar uma mulher dentre todos os profissionais de saúde entrevistados;**
- **Y: selecionar um homem dentre os profissionais de saúde entrevistados que tiveram aumento de insônia; e,**
- **Z: selecionar um profissional de saúde que não teve aumento de insônia dentre as mulheres entrevistadas.**

Sobre a probabilidade (P) de ocorrência de cada um dos eventos anteriores, é correto afirmar que:

a) $P(X) < P(Y) < P(Z)$

b) $P(X) < P(Z) < P(Y)$

c) $P(Y) < P(X) < P(Z)$

d) $P(Z) < P(Y) < P(X)$

e) $P(Z) < P(X) < P(Y)$

30. (UNESC/2022 – Pref. Laguna) Se Leila costuma visitar sua mãe às segundas, quartas, quintas e sextas e Paulo, seu irmão, às segundas, terças, quintas e sábados, qual é a probabilidade de Paulo chegar na casa da mãe e encontrar com Leila?

a) A probabilidade é de 35%

b) A probabilidade é de 25%

c) A probabilidade é de 40%

d) A probabilidade é de 50%

e) A probabilidade é de 20%

31. (FURB/2022 – Pref. Blumenau) Se A e B são dois eventos tais que P(A)=1/2, P(B)=1/4 e P(A|B)=1/3, o valor da probabilidade de A interseção com B é de:

a) 1/8

b) 1/12

c) 1/6

d) 1/2

e) 1/4

32. (IBADE/2022 – SEA/SC) Em probabilidade dizemos que dois eventos são considerados independentes, quando a realização ou a não realização de um dos eventos não afeta a probabilidade da realização do outro e vice-versa.

Então, sendo P1 a probabilidade de realização do primeiro evento e P2 a probabilidade de realização do segundo evento, a probabilidade de que tais eventos se realizem simultaneamente é dada por:

a) $P = P1 \times P2 - \left(\frac{P1}{P2}\right)$

b) $P = \frac{P1}{P2}$

c) $P = P1 - P2$

d) $P = P1 \times P2$

e) $P = P1 + P2$

33. (Legalle/2022 – Pref. Hulha Negra) Um funcionário da prefeitura está participando de uma competição de arco e flecha. Ele deve acertar a flecha em uma maçã disposta em um totem a 5m de distância. Sabe-se que a probabilidade desse funcionário acertar a flecha é de 90%, independentemente se tiver acertado as flechas anteriores ou não. Assim, após fazer dois lançamentos seguidos, a probabilidade desse funcionário ter acertado as duas flechas na maçã é de:

a) 81%

b) 90%

c) 91%

d) 20%

e) 100%

34. (FEPESE/2022 – CASAN) Um zoológico tem um casal de hipopótamos. Assuma que no nascimento de um hipopótamo a probabilidade de cada um dos sexos ocorrer é a mesma. Logo, se o referido casal de hipopótamos tem 3 filhotes, então a probabilidade de todos os filhotes serem do mesmo sexo é:

a) Maior que 26%

b) Maior que 22% e menor que 26%

c) Maior que 18% e menor que 14%

d) Maior que 14% e menor que 18%

e) Menor que 14%

35. (QUADRIX/2022 – CRT/MG) Anderson e Bárbara resolveram jogar par ou ímpar de uma forma nada convencional. Cada um lançaria um dado com faces gravadas com números de um a seis. Se o produto dos números observados fosse par, Bárbara seria a vencedora. Se o produto dos números observados fosse ímpar, Anderson seria o vencedor. Com base nessa situação hipotética, julgue o item.

A probabilidade de Anderson vencer a disputa é de 25%.

36. (QUADRIX/2022 – CRT/MG) Anderson e Bárbara resolveram jogar par ou ímpar de uma forma nada convencional. Cada um lançaria um dado com faces gravadas com números de um a seis. Se o produto dos números observados fosse par, Bárbara seria a vencedora. Se o produto dos números observados fosse ímpar, Anderson seria o vencedor. Com base nessa situação hipotética, julgue o item.

Se a soma dos números observados for igual a 8, a probabilidade de Bárbara vencer a disputa é de 60%.

37. (FEPESE/2022 – Pref. Guatambu) Para ir da cidade A para a cidade B, existem 6 caminhos, dos quais 2 são asfaltados e os outros são de estrada de chão. Para ir da cidade B para C, existem 5 caminhos, dos quais 3 são asfaltados e os outros são de estrada de chão. Desta forma, ao escolher aleatoriamente um caminho da cidade A para a cidade C, passando por B (e usando somente os caminhos mencionados), a probabilidade de o caminho escolhido conter apenas estradas asfaltadas é:

a) Maior que 27%

b) Maior que 25% e menor que 27%

c) Maior que 23% e menor que 25%

d) Maior que 21% e menor que 23%

e) Menor que 21%

38. (IDIB/2022 – GOINFRA) Dois amigos jogando bola sabem a probabilidade do acerto no gol de cada um: a probabilidade do primeiro acertar o gol é de $\frac{1}{3}$, já a probabilidade do segundo acertar o gol é de $\frac{1}{2}$. Qual a probabilidade de ambos acertarem o gol?

a) 1/2

b) 1/3

c) 1/4

d) 1/5

e) 1/6

39. (IDECAN/2022 – SEFAZ/RR) Três alunos na faculdade estão concorrendo a uma vaga de seleção para bolsa de monitoria. O professor que aplica a prova conhece os três alunos, e sabendo do potencial de cada um, ele afirma que a probabilidade de Antônio resolver um problema é de P(A) = $\frac{1}{2}$, já Bruno é de P(B) = $\frac{1}{3}$ e Carlos P(C) = $\frac{1}{4}$. Determine a probabilidade que em que os três resolvam o problema.

a) P = 1/12

b) P = 1/18

c) P = 1/22

d) P = 1/24

e) P = 1/28

40. (IBADE/2022 – PM/PB) São realizados 4 lançamentos sucessivos de um dado perfeito. Qual a probabilidade de ocorrer, nos quatro casos, o número 3?

a) 1/1296

b) 1/81

c) 1/27

d) 81

41. (Consulplan/2022 – SEED/PR) Os irmãos Roberto e Ricardo estão brincando de lançar moedas honestas e anotar o resultado. Se Roberto lançar uma moeda duas vezes e Ricardo lançar uma única vez, qual a probabilidade de Roberto obter o mesmo número de coroas de Ricardo?

(Considere que os lançamentos de moedas são eventos independentes.)

a) 1/4

b) 3/8

c) 5/8

d) 7/8

42. (Objetiva/2022 – Pref. Simão Dias) Segundo o serviço meteorológico de certa região, a probabilidade de chover, em certo dia, na cidade A, é de 25% e, na cidade B, é de 40%. Sendo assim, qual a probabilidade de que, nesse dia, chova na cidade A, e não chova na cidade B?

a) 30%

b) 25%

c) 20%

d) 15%

e) 10%

43. (Objetiva/2022 – 7 Lagoas) Sabe-se que, em certo final de semana, a probabilidade de chover no sábado é de 40%, e a probabilidade de chover no domingo é de 80%. Sendo assim, assinalar a alternativa que apresenta a probabilidade de, nesse final de semana, chover no sábado e não chover no domingo:

a) 40%

b) 20%

c) 12%

d) 8%

44. (SELECON/2022 – Amazul) A probabilidade de um homem comprar um imóvel é de 2/5, e a probabilidade de uma mulher comprar um imóvel é de 2/3, segundo uma corretora de imóveis local. Com base nessa informação, a probabilidade de somente mulher comprar imóvel é de:

a) 2/15

b) 1/5

c) 4/15

d) 2/5

45. (FAPEC/2022 – UFMS) No ano de 2017, ano em que o time de futebol do Grêmio Foot-Ball Porto Alegrense sagrou-se tricampeão da Copa Libertadores da América, dois jogadores do elenco participaram de uma experiência sobre cobranças de pênaltis. O jogador Luan obteve, durante a experiência, uma probabilidade (A) de 2/3 de gols marcados. Já o jogador Lucas Barrios obteve, durante essa mesma experiência, a probabilidade (B) de 3/5 de gols marcados. Considerando os eventos (A) e (B) independentes e que os dois jogadores batam pênaltis em um mesmo evento(jogo), assinale qual a probabilidade de ao menos um deles marco o gol.

a) 5/5, ou seja, 100%

b) 13/15, aproximadamente 86,6%

c) 9/15, aproximadamente 60%

d) 1/2, ou seja, 50%

e) 6/15, ou seja, 40%

46. (Consulplan/2022 – SEED/PR) Ao visitar uma loja de roupas, a probabilidade de Luciana comprar uma calça jeans é 0,3 e a probabilidade de uma camisola ser adquirida por ela é 0,4. Considerando que esses dois eventos são independentes, qual a probabilidade de Luciana NÃO comprar nem uma calça jeans e nem uma camisola?

a) 0,30

b) 0,42

c) 0,58

d) 0,70

47. (AOCP/2022 – IF/RO) Dados dois eventos independentes A e B, de tal modo que P(A U B) = 0,8 e P(A) = 0,6, qual é o valor de P(B)?

a) 0,2

b) 1,4

c) 0,4

d) 0,5

e) 0,3

48. (Consulplan/2022 – SEEED/PR) Luciana solicitou uma análise de crédito em três bancos distintos (X, Y e Z), visando à aquisição de um cartão sem anuidade. A probabilidade dela conseguir esse cartão nos bancos X, Y e Z é 0,20, 0,30 e 0,45, respectivamente. Considerando que as aquisições dos cartões nos diferentes bancos são eventos independentes, qual a probabilidade de Luciana conseguir o cartão em pelo menos um dos bancos?

a) 0,450

b) 0,545

c) 0,692

d) 0,725

49. (Consulplan/2022 – Pref. Irauçuba) Sejam A e B eventos independentes, analise as sentenças abaixo:

( ) A^C e B^C são independentes.

( ) A^C e B são independentes.

( ) A^C e B^C não são independentes.

Pode-se concluir que as proposições são verdadeiras (V) ou falsas (F), respectivamente, pela sequência:

a) V-V-F

b) F-V-V

c) V-F-V

d) F-V-F

50. (AOCP/2022 – IF/RO) Ao jogar um dado, não viciado e numerado de 1 a 6, por 3 vezes, anotando o resultado da face voltada para cima e posteriormente somando esses resultados, qual é a probabilidade dessa soma ser um número par?

a) 3/8

b) 5/8

c) 1/2

d) 1/8

e) 3/4

51. (FEPESE/2022 – PCien/SC) Em uma lanchonete o atendente se confunde e mistura 40 empadas, sendo 25% de carne, 15% de brócolis, 10% de chocolate e as outras de frango. Uma pessoa escolhe uma empada ao acaso e depois escolhe, novamente ao acaso, outra empada.

A probabilidade de a primeira empada escolhida ser de chocolate e a segunda ser de frango é:

a) Maior que 9,6%

b) Maior que 8,4% e menos que 9,6%

c) Maior que 7,2% e menos que 8,4%

d) Maior que 6% e menos que 7,2%

e) Menor que 6%

52. (Quadrix/2022 – CRMV/PR) A probabilidade de o canal Math4ever publicar um novo vídeo é de 0,1, todo dia. Com base nesse caso hipotético, é correto afirmar que, em um período de quatro dias, a probabilidade de apenas um vídeo ter sido lançado é de:

a) 7,29%

b) 20%

c) 29,16%

d) 34,39%

e) 65,61%

53. (Quadrix/2022 – CRO/ES) As irmãs Bianca e Sofia estão jogando um jogo de cartas com um baralho que possui dez cartas, no total. Conforme as regras desse jogo, deve-se tirar três cartas desse baralho, memorizá-las e devolvê-las ao baralho, embaralhando-o. Em seguida, deve-se escolher três novas cartas e anotar o número de cartas que vierem repetidas nesse grupo. Então, embaralha-se novamente o baralho, e a outra irmã repete o mesmo processo. Quem tiver mais cartas repetidas vence o jogo. Se as duas irmãs tirarem o mesmo número de cartas repetidas, o jogo termina empatado. Com base nessa situação hipotética, julgue o item.

A chance de o jogo terminar empatado é menor que 40%.

54. (Quadrix/2021 – CRF/AP) Sabe-se que, a cada 10 pênaltis marcados a favor de um time de futebol, 6 são cobrados por Bárbara e 4 por Débora. A probabilidade de um pênalti ser convertido por Bárbara é de 90% e a de ser convertido por Débora, de 80%. Com base nessa situação hipotética, julgue o item.

A probabilidade de um pênalti ser cobrado e convertido por Bárbara é de 54%.

55. (Quadrix/2021 – CRF/AP) Sabe-se que, a cada 10 pênaltis marcados a favor de um time de futebol, 6 são cobrados por Bárbara e 4 por Débora. A probabilidade de um pênalti ser convertido por Bárbara é de 90% e a de ser convertido por Débora, de 80%. Com base nessa situação hipotética, julgue o item.

Se um pênalti foi convertido, então a probabilidade de ele ter sido cobrado por Bárbara é superior a 60%.

56. (Quadrix/2021 – CRF/AP) Sabendo que o sistema solar é composto por 8 planetas (Mercúrio, Vênus, Terra, Marte, Júpiter, Saturno, Urano e Netuno), julgue o item.

Suponha-se que uma urna contenha 8 bolinhas e que, em cada uma, esteja escrito o nome de um planeta do sistema solar. Nesse caso, extraindo-se duas bolinhas sucessivamente ao acaso e com reposição, a probabilidade de que em nenhuma delas esteja escrito “Terra” é igual a 75%.

57. (Objetiva/2021 – Pref. Venâncio Aires) Considerando-se uma moeda e um dado, qual a probabilidade de, ao arremessar cada um deles duas vezes, se obter duas caras e a soma dos números voltados para cima ser igual a 12?

a) 1/4

b) 1/36

c) 1/144

d) 1/256

e) 2/15

58. (SELECON/2021 – EMGEPRON) Admite-se que a probabilidade de um candidato passar em um concurso seja 2%.

Se dois irmãos fazem esse concurso, a probabilidade de apenas um passar é igual a:

a) 2%

b) 1%

c) 1,96%

d) 3,92%

59. (FUNDEP/2021 – IPREMU) Lúcia e Ricardo resolveram fazer uma brincadeira de cara e coroa utilizando 4 moedas. Nessa brincadeira, as moedas são lançadas simultaneamente.

Qual é a probabilidade de se obter apenas 1 cara nesse lançamento?

a) 20%

b) 25%

c) 50%

d) 75%

60. (CEV URCA/2021 – Pref. Crato) Lançando simultaneamente n dados cúbicos não viciados e numerados de 1 até 6; qual a probabilidade de obtermos a soma de todas as faces que estão voltadas para cima igual a n + 1?

a) $1 - 6^{-n}$

b) $1 - 6^{-n-1}$

c) 6^{-n}

d) $(n + 1). 6^{-n}$

e) $n. 6^{-n}$

61. (IDECAN/2021 – Pref. Campina Grande) Qual a probabilidade de um dado, ao ser lançado k vezes, não apresentar a face com o número 6?

a) $1 - \left(\frac{1}{6}\right)^k$

b) $\left(\frac{5}{6}\right)^k$

c) $\left(\frac{1}{6}\right)^k$

d) $1 - \left(\frac{5}{6}\right)^k$

62. (Objetiva/2021 – Pref. Venâncio Aires) Em uma urna, há cinco pedaços de papel, e cada um deles possui uma das seguintes letras escrita: A, A, B, L, S.

Sendo assim, retirando-se aleatoriamente os pedaços de papel dessa urna, sem reposição, a probabilidade de ser formada a palavra BALSA, na sequência das letras retiradas, é igual a:

a) 1/40

b) 1/60

c) 1/80

d) 1/120

e) 1/100

63. (FUNDEP/2021 – CRM/MG) O pré-natal durante a gravidez é essencial para garantir que a mulher e o bebê tenham uma gestação e um parto saudáveis e sem nenhuma complicação.

A tabela a seguir apresenta a distribuição das probabilidades para o número de consultas de pré-natal realizadas por mulheres que deram à luz em duas maternidades (A e B).

Número de consultas de pré-natal	Maternidades		Total
	A	B	
0 |-- 2	0,02	0,08	0,10
2 |-- 4	0,08	0,14	0,22
4 |-- 6	0,12	0,18	0,30
6 |-- 8	0,10	0,08	0,18
8 ou mais	0,08	0,12	0,20
Total	0,40	0,60	1,00

Supondo que uma gestante foi escolhida aleatoriamente nessas maternidades, analise as afirmativas a seguir e assinale com V as verdadeiras e com F falsas.

( ) A probabilidade de a gestante escolhida ter realizado menos de quatro consultas é 0,22.

( ) Se a mulher escolhida deu à luz na maternidade A, a probabilidade de ela ter realizado no mínimo seis consultas é 0,45.

( ) A probabilidade de a gestante escolhida ter dado à luz na maternidade B e realizado menos de seis consultas é 0,40.

Assinale a sequência correta.

a) F F V

b) V V F

c) F V V

d) V F F

GABARITO

1. LETRA B
2. LETRA D
3. CERTO
4. LETRA C
5. LETRA D
6. LETRA E
7. LETRA C
8. LETRA A
9. LETRA D
10. LETRA C
11. LETRA C
12. LETRA D
13. LETRA E
14. LETRA E
15. LETRA B
16. LETRA D
17. LETRA A
18. LETRA C
19. LETRA C
20. ERRADO
21. LETRA A
22. LETRA A
23. LETRA C
24. LETRA B
25. LETRA B
26. LETRA D
27. LETRA B
28. LETRA C
29. LETRA A
30. LETRA D
31. LETRA B
32. LETRA D
33. LETRA A
34. LETRA B
35. CERTO
36. CERTO
37. LETRA E
38. LETRA E
39. LETRA D
40. LETRA A
41. LETRA B
42. LETRA D
43. LETRA D
44. LETRA D
45. LETRA B
46. LETRA B
47. LETRA D
48. LETRA C
49. LETRA A
50. LETRA C
51. LETRA E
52. LETRA C
53. CERTO
54. CERTO
55. CERTO
56. ERRADO
57. LETRA C
58. LETRA D
59. LETRA B
60. LETRA E
61. LETRA B
62. LETRA B
63. LETRA C

ESSA LEI TODO MUNDO CONHECE:
PIRATARIA É CRIME.

Mas é sempre bom revisar o porquê e como você pode ser prejudicado com essa prática.

Professor investe seu tempo para elaborar os cursos e o site os coloca à venda.

Pirata divulga ilicitamente (grupos de rateio), utilizando-se do anonimato, nomes falsos ou laranjas (geralmente o pirata se anuncia como formador de "grupos solidários" de rateio que não visam lucro).

Pirata cria alunos fake praticando falsidade ideológica, comprando cursos do site em nome de pessoas aleatórias (usando nome, CPF, endereço e telefone de terceiros sem autorização).

Pirata compra, muitas vezes, clonando cartões de crédito (por vezes o sistema anti-fraude não consegue identificar o golpe a tempo).

Pirata fere os Termos de Uso, adultera as aulas e retira a identificação dos arquivos PDF (justamente porque a atividade é ilegal e ele não quer que seus fakes sejam identificados).

Pirata revende as aulas protegidas por direitos autorais, praticando concorrência desleal e em flagrante desrespeito à Lei de Direitos Autorais (Lei 9.610/98).

Concurseiro(a) desinformado participa de rateio, achando que nada disso está acontecendo e esperando se tornar servidor público para exigir o cumprimento das leis.

O professor que elaborou o curso não ganha nada, o site não recebe nada, e a pessoa que praticou todos os ilícitos anteriores (pirata) fica com o lucro.

Deixando de lado esse mar de sujeira, aproveitamos para agradecer a todos que adquirem os cursos honestamente e permitem que o site continue existindo.